Riemann Toplamları

Sağ-Sol ve Farkları

Mahmut KOÇAK

ESOGU FEN-ED.FAK. MATEMATİK BÖLÜMÜ

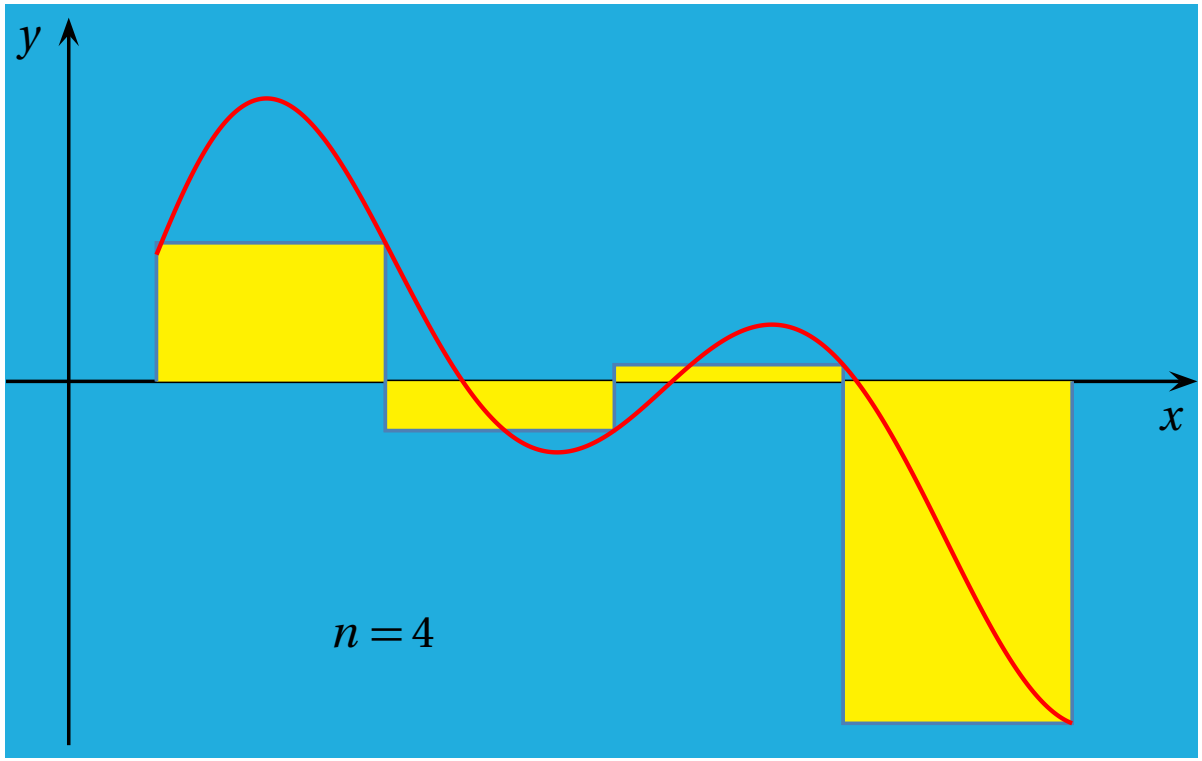
http://www2.ogu.edu.tr/ mkocak

Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$

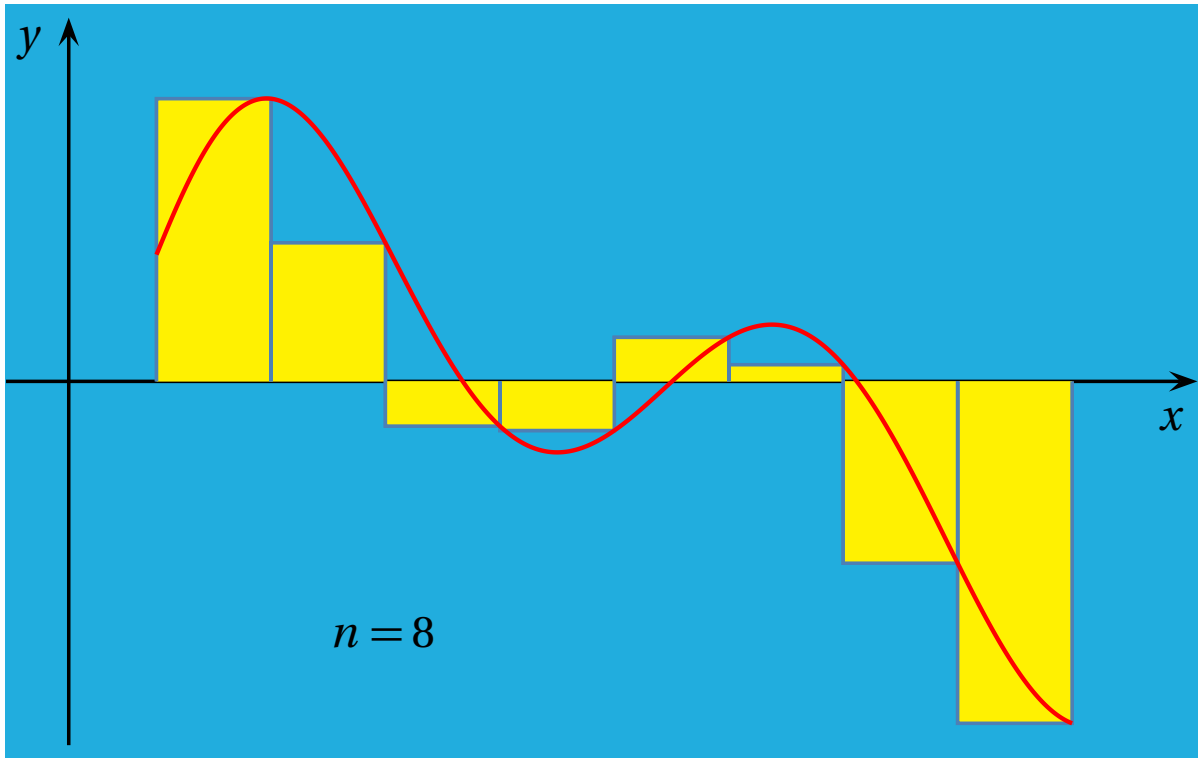


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$

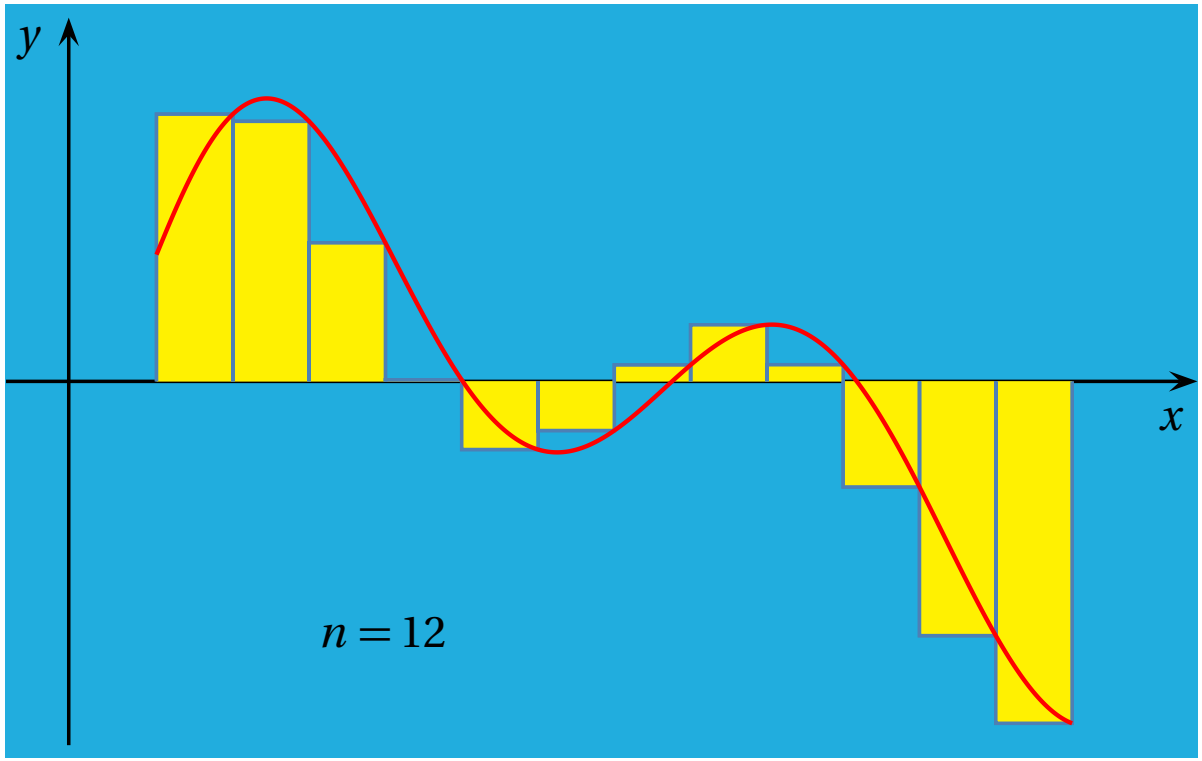


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$

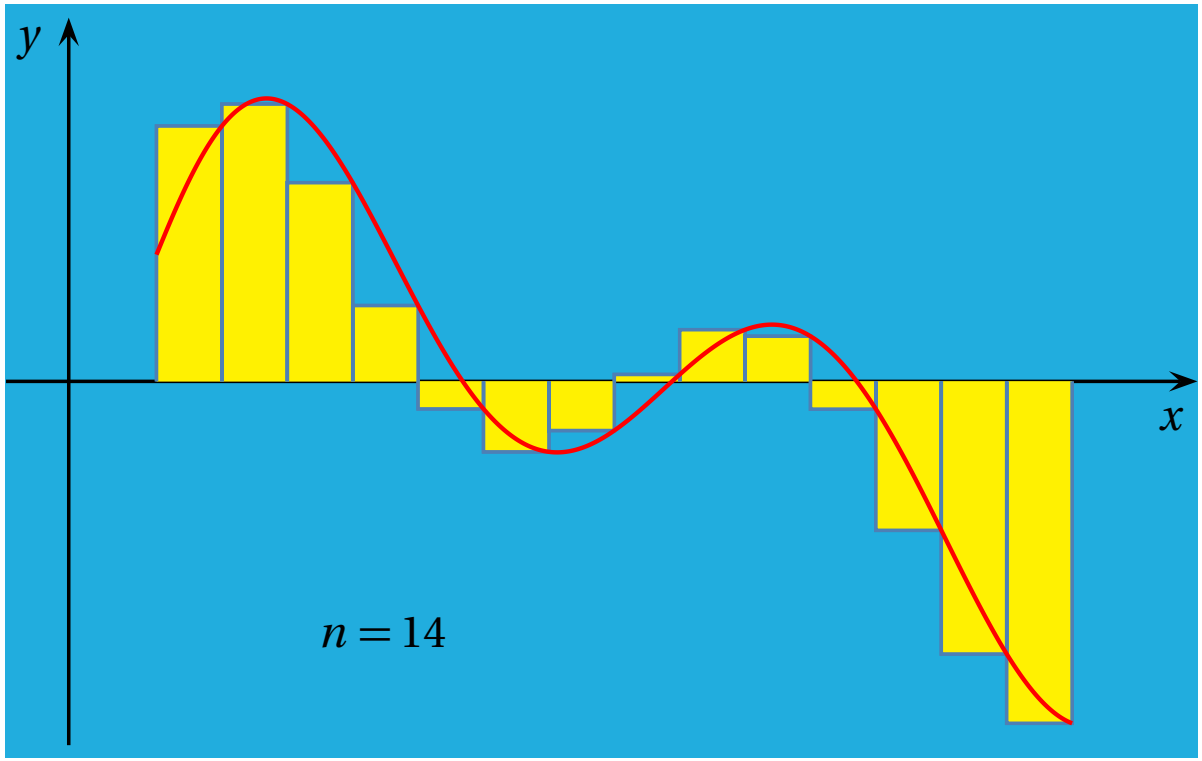


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$

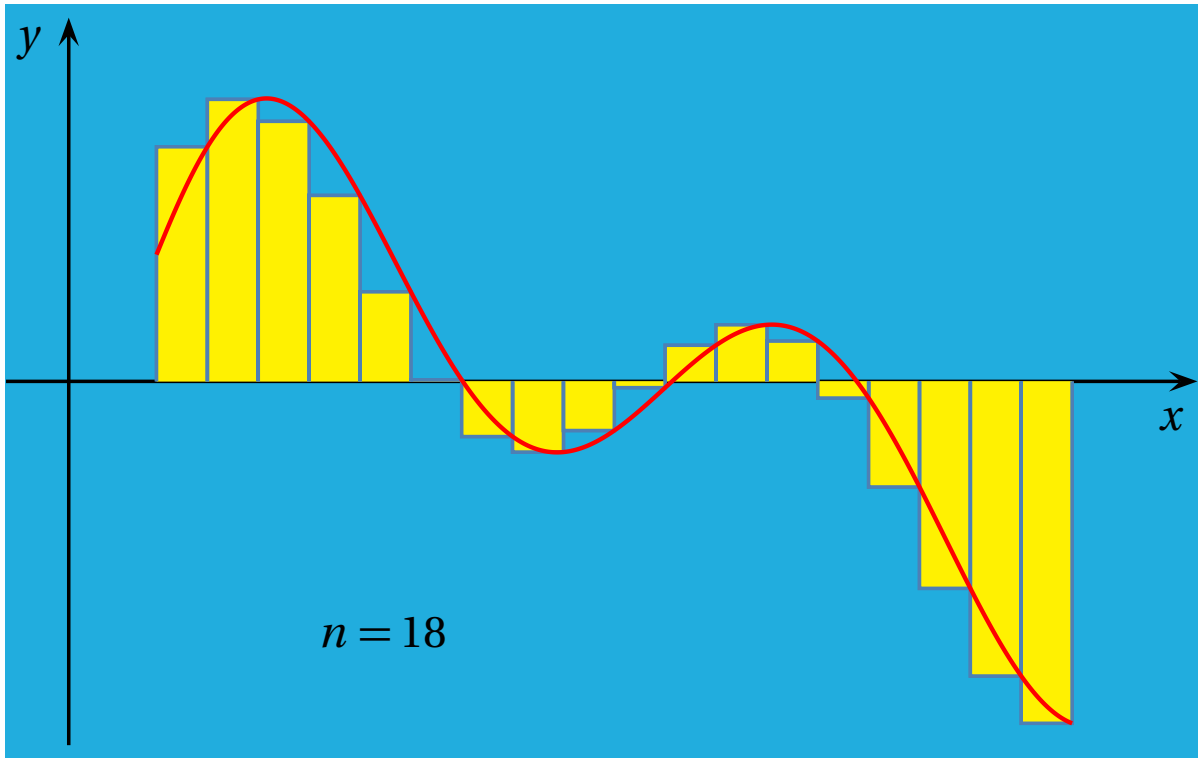


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $R_{18}(P, \{x_i\}, f)$

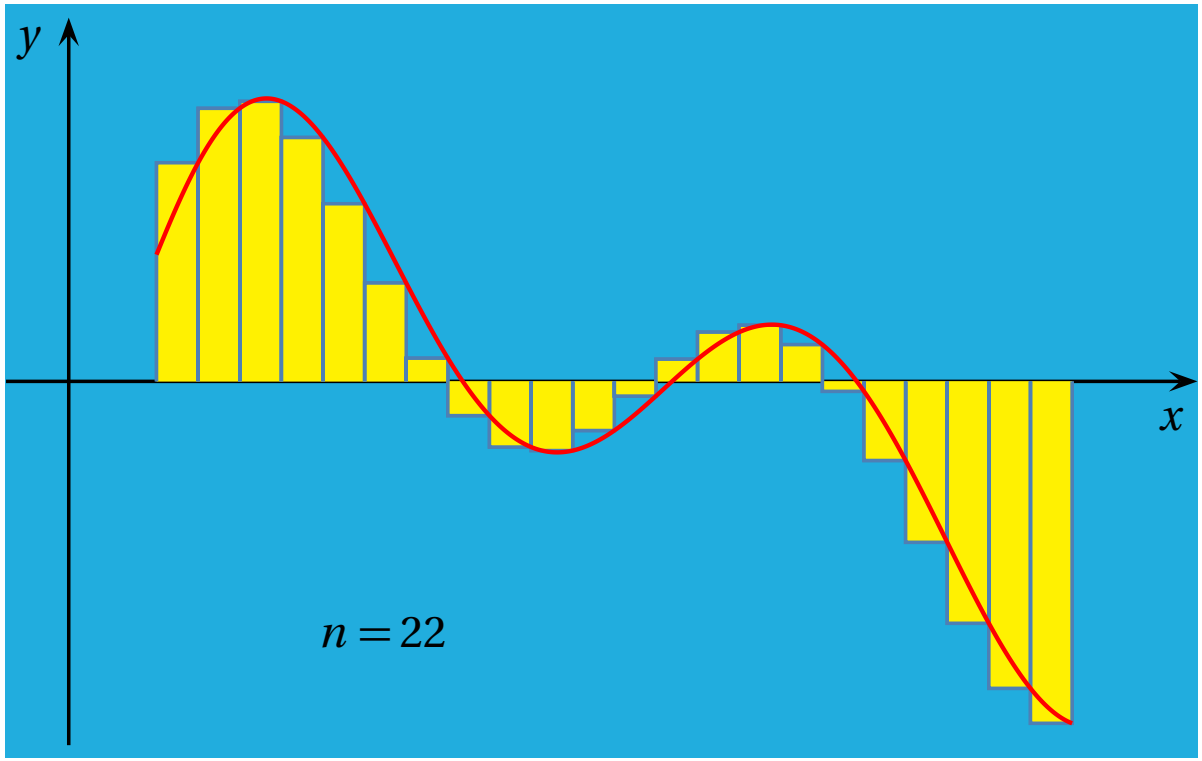


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $R_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $R_{22}(P, \{x_i\}, f)$

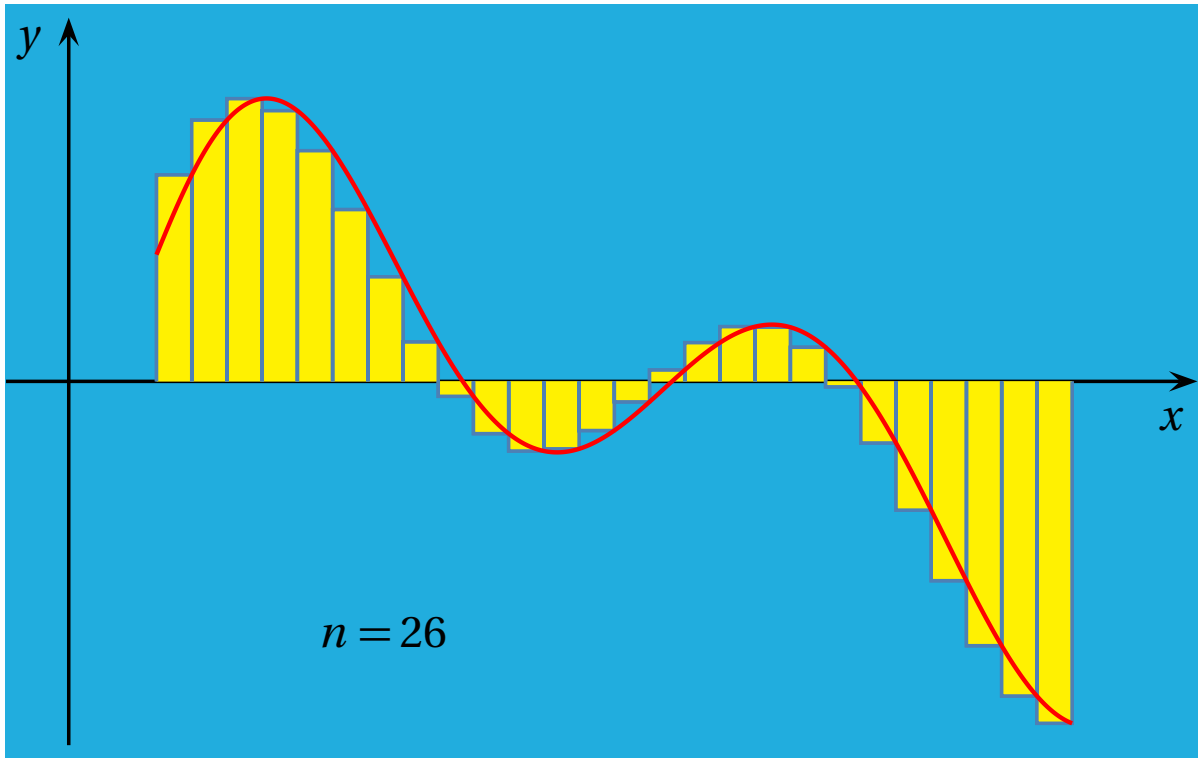


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $R_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $R_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $R_{26}(P, \{x_i\}, f)$

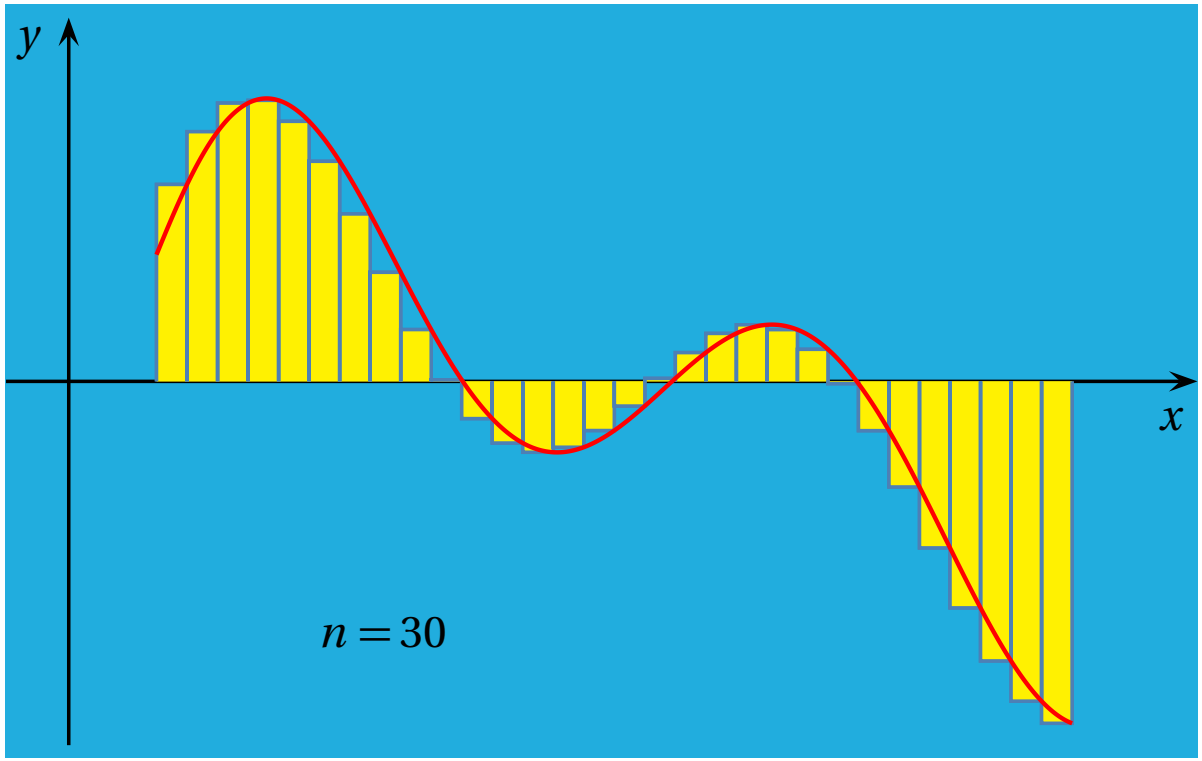


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $R_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $R_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $R_{26}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 30$ için $R_{30}(P, \{x_i\}, f)$

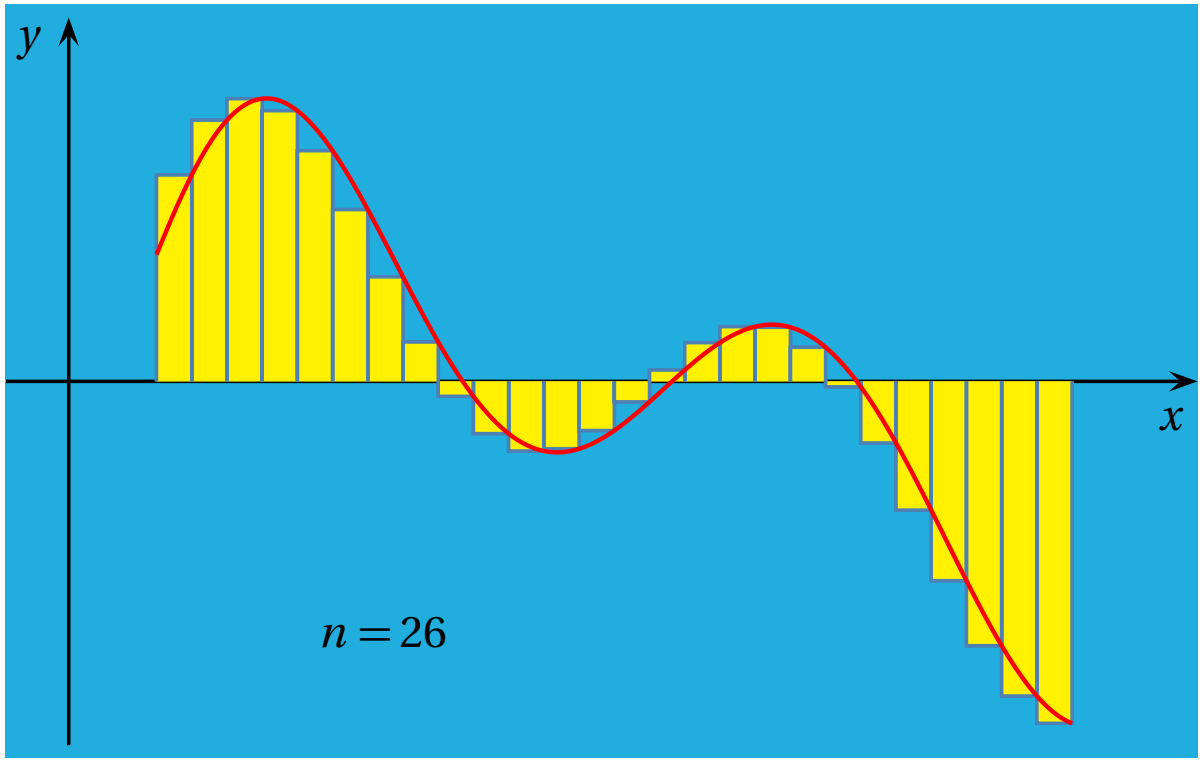


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $R_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $R_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $R_{26}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 30$ için $R_{30}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 35$ için $R_{35}(P, \{x_i\}, f)$

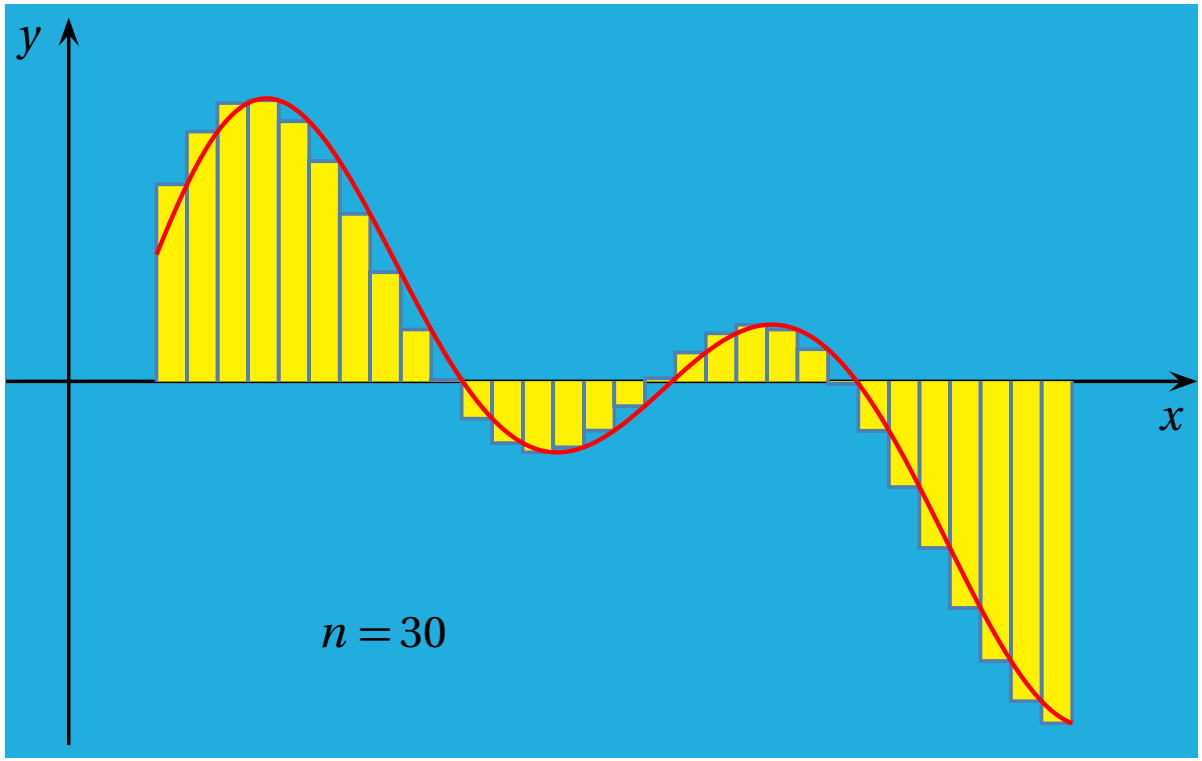


Sağ Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i+1})(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

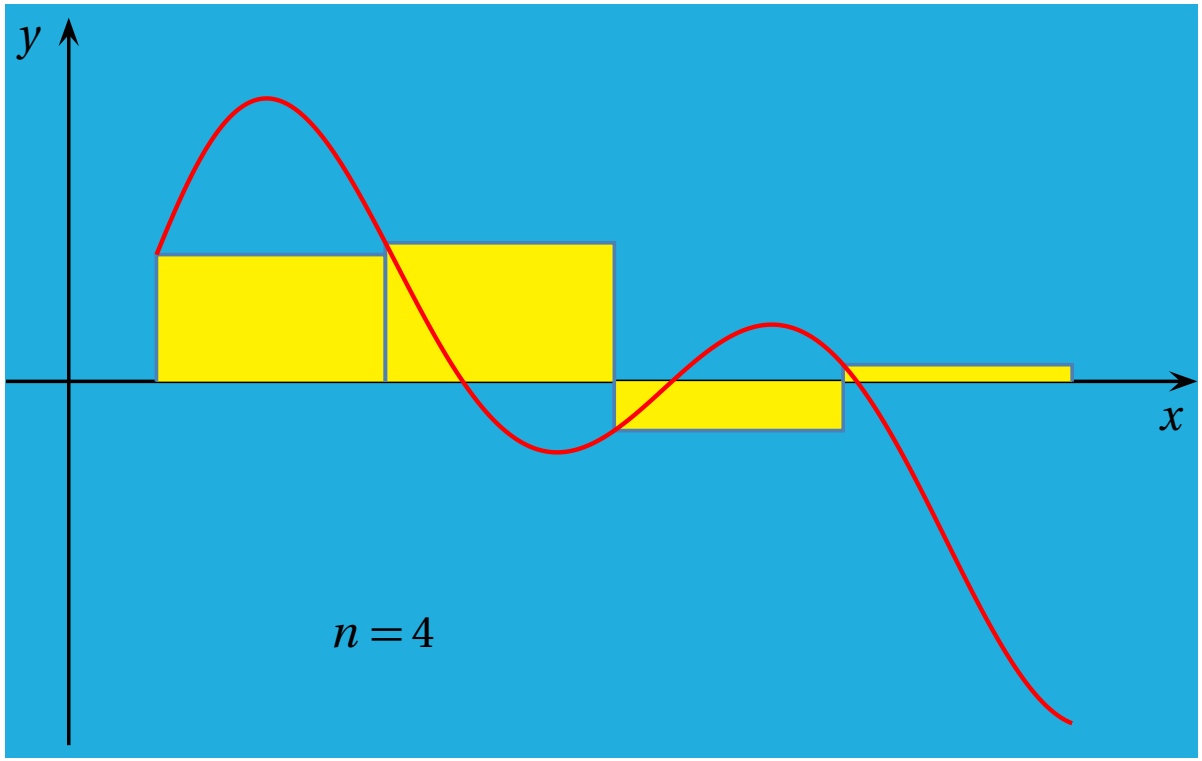
- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $R_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $R_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $R_{26}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 30$ için $R_{30}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 35$ için $R_{35}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 40$ için $R_{40}(P, \{x_i\}, f)$



Sol Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$ Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$

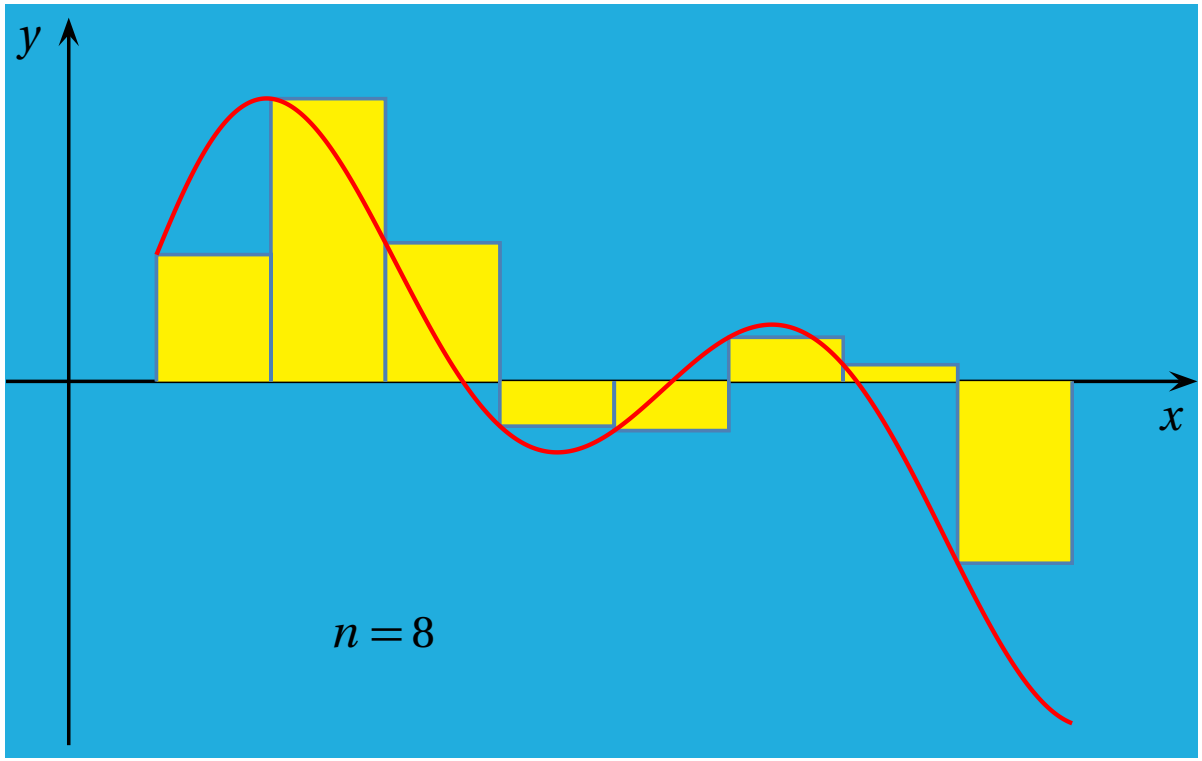


Sol Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$

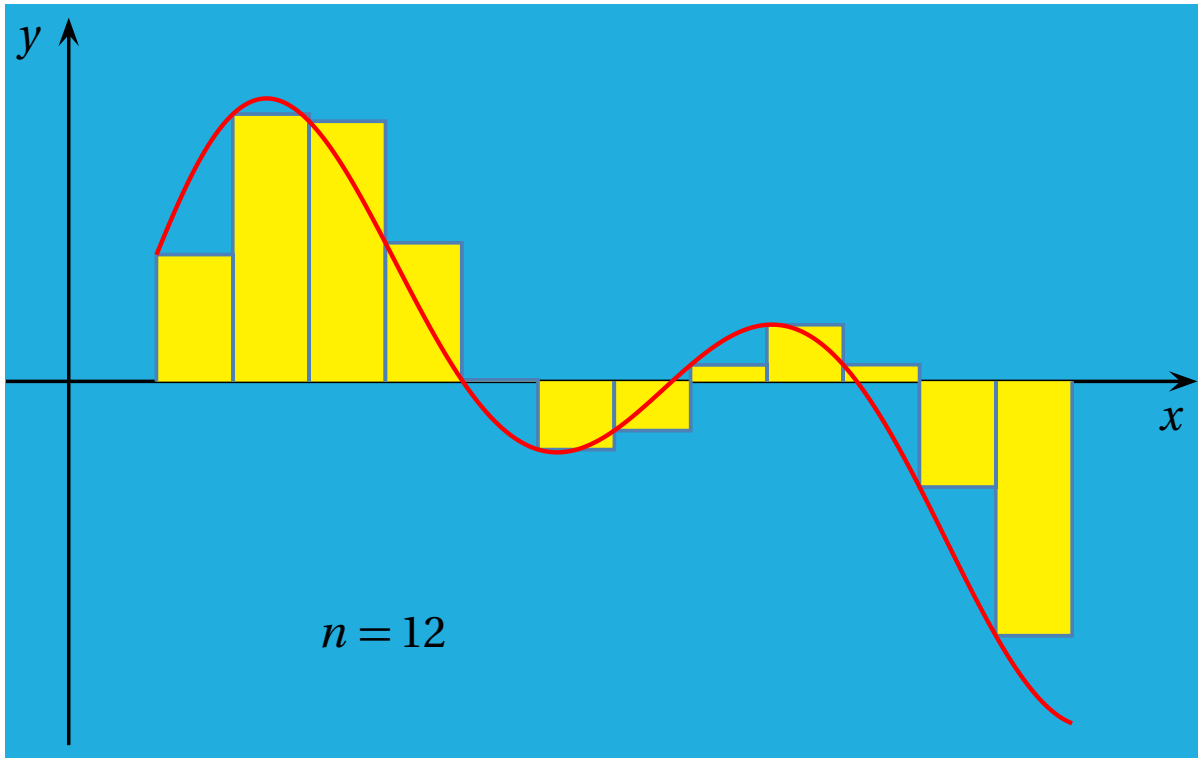


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$

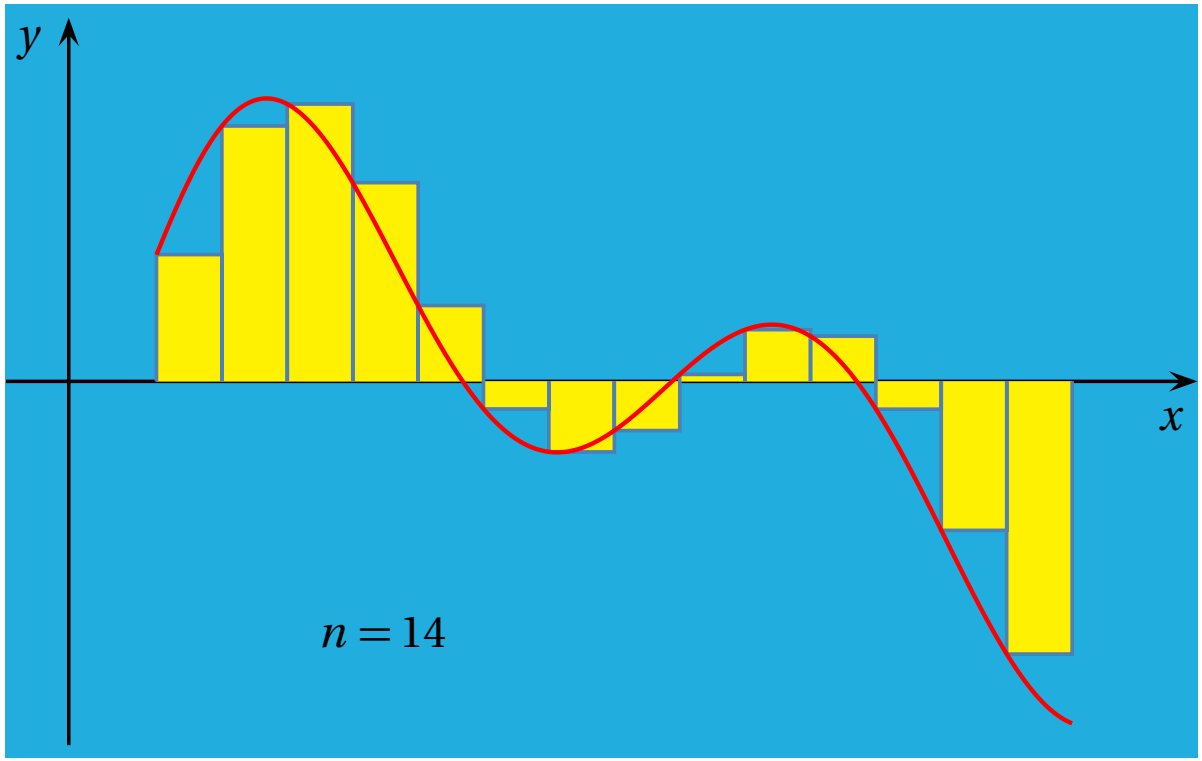


Sol Rieman Toplamı

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $R_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $R_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $R_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $R_{14}(P, \{x_i\}, f)$

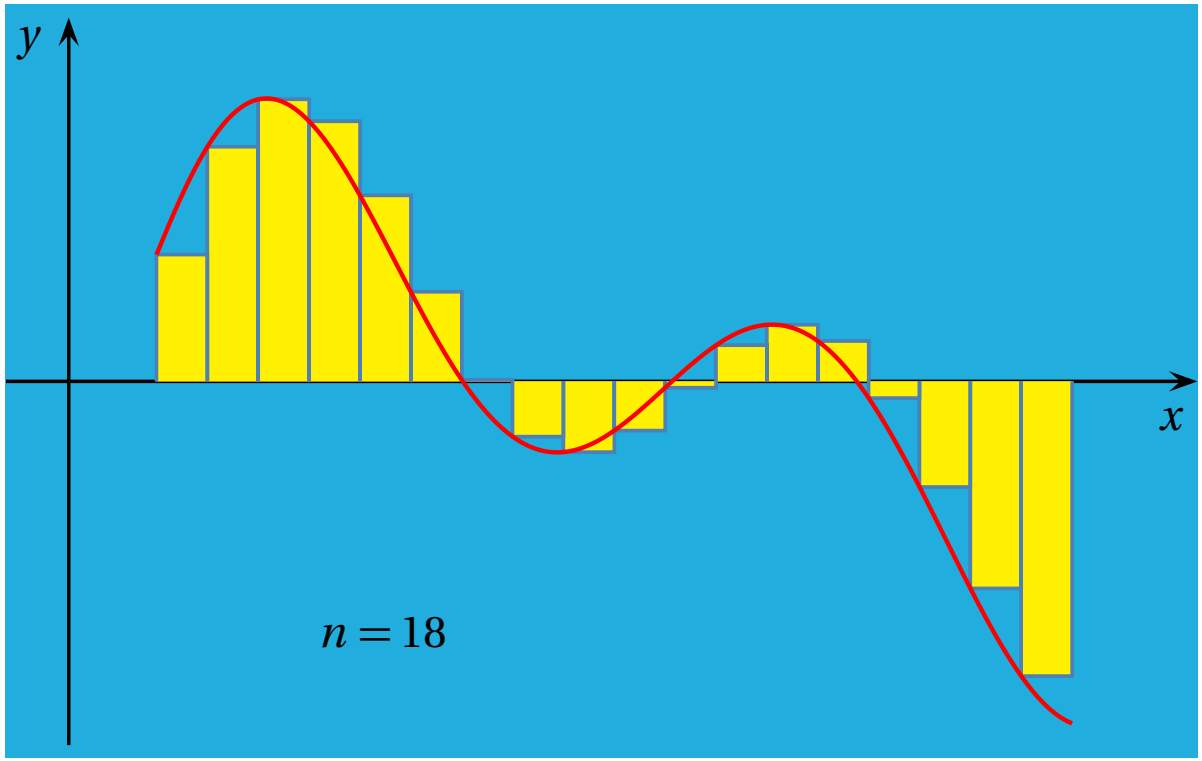


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=14$ için $R_{14}(P,\{x_i\},f)$
- $n=18$ için $R_{18}(P,\{x_i\},f)$

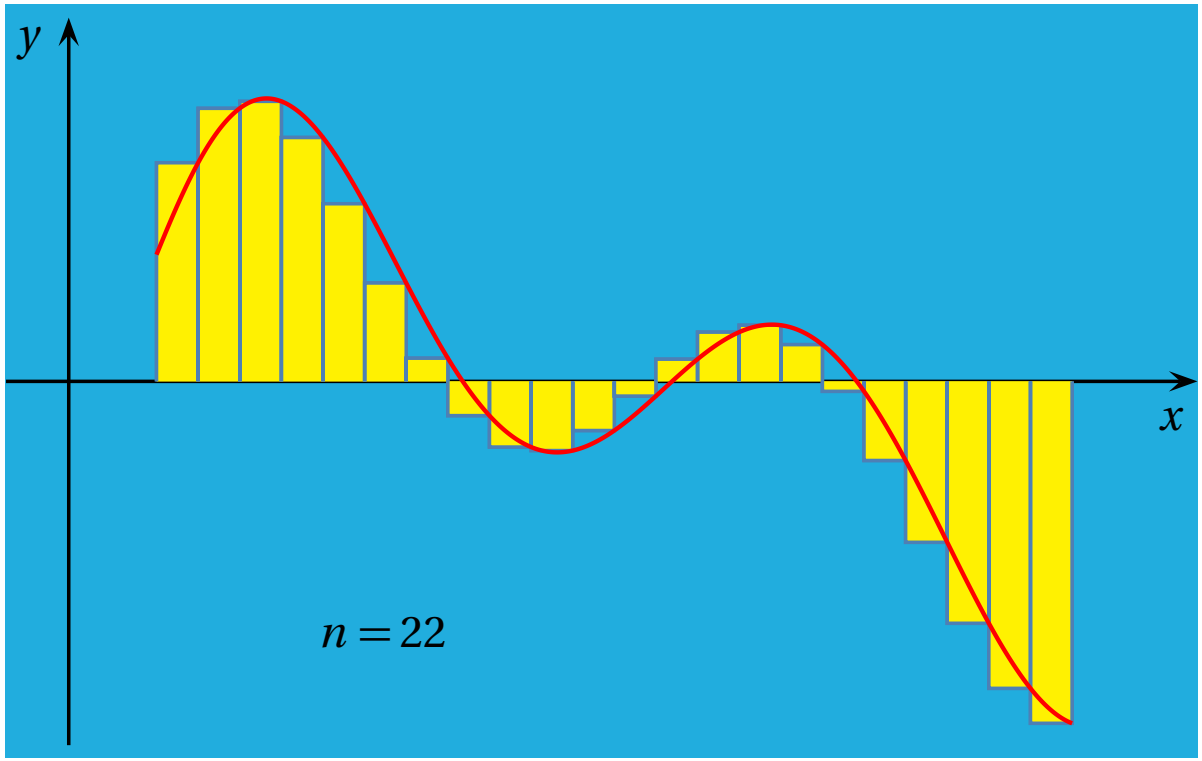


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=14$ için $R_{14}(P,\{x_i\},f)$
- $n=18$ için $R_{18}(P,\{x_i\},f)$
- $n=22$ için $R_{22}(P,\{x_i\},f)$

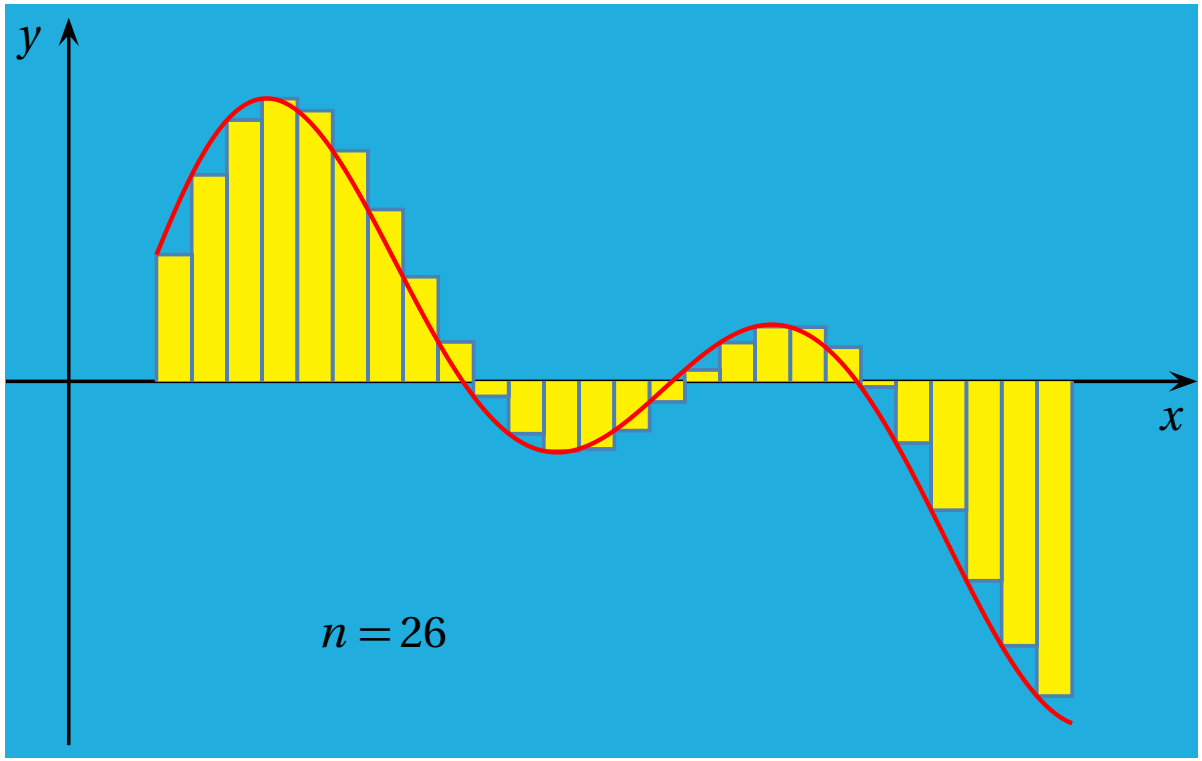


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=14$ için $R_{14}(P,\{x_i\},f)$
- $n=18$ için $R_{18}(P,\{x_i\},f)$
- $n=22$ için $R_{22}(P,\{x_i\},f)$
- $n=26$ için $R_{26}(P,\{x_i\},f)$

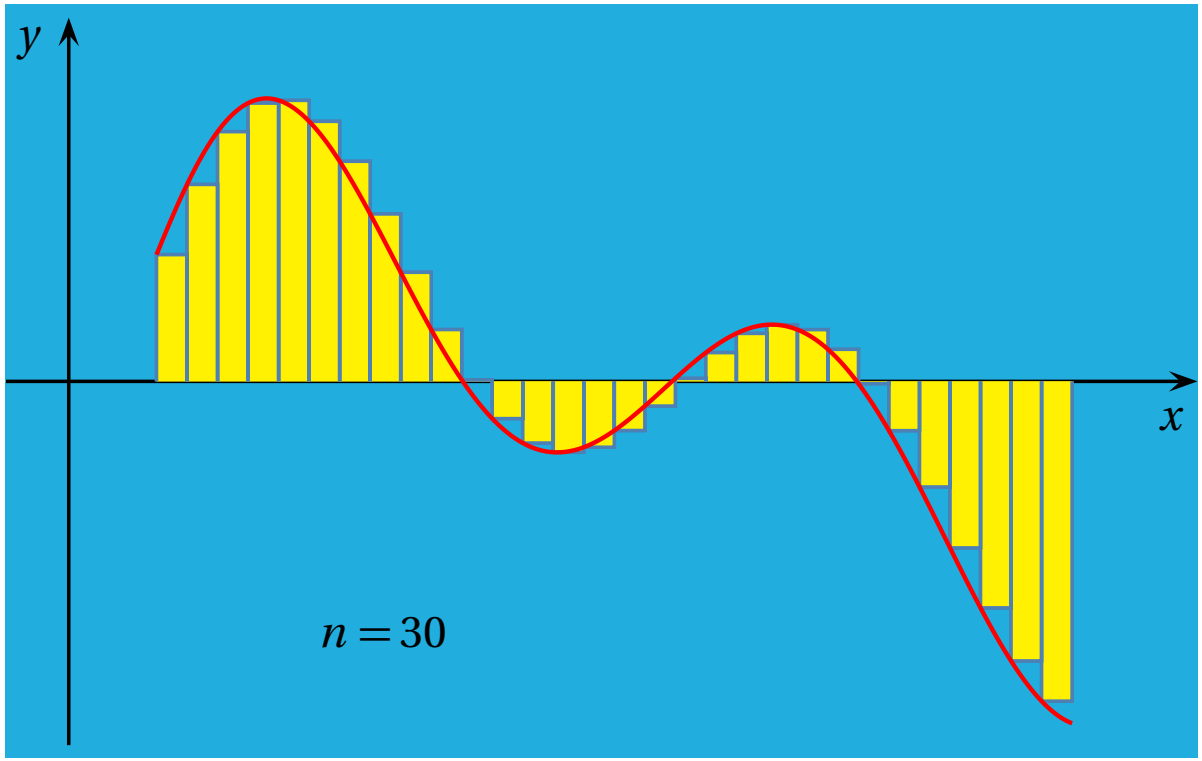


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=14$ için $R_{14}(P,\{x_i\},f)$
- $n=18$ için $R_{18}(P,\{x_i\},f)$
- $n=22$ için $R_{22}(P,\{x_i\},f)$
- $n=26$ için $R_{26}(P,\{x_i\},f)$
- $n=30$ için $R_{30}(P,\{x_i\},f)$

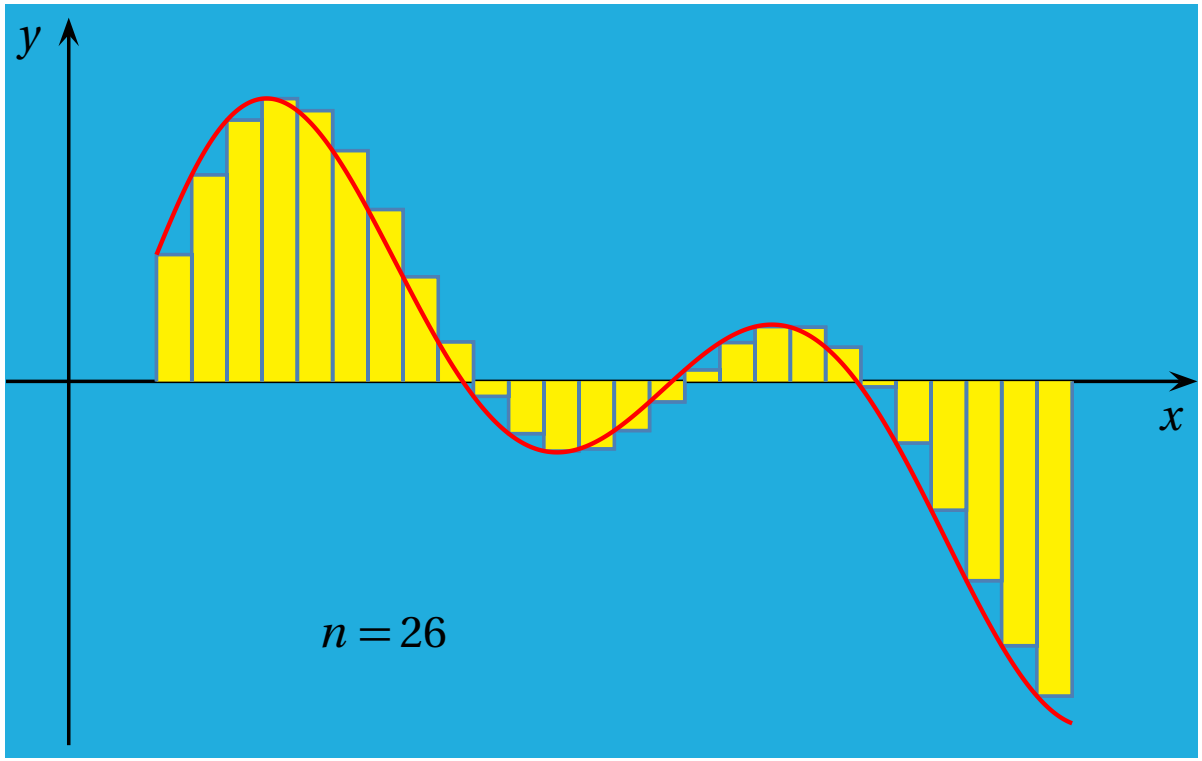


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=14$ için $R_{14}(P,\{x_i\},f)$
- $n=18$ için $R_{18}(P,\{x_i\},f)$
- $n=22$ için $R_{22}(P,\{x_i\},f)$
- $n=26$ için $R_{26}(P,\{x_i\},f)$
- $n=30$ için $R_{30}(P,\{x_i\},f)$
- $n=35$ için $R_{35}(P,\{x_i\},f)$

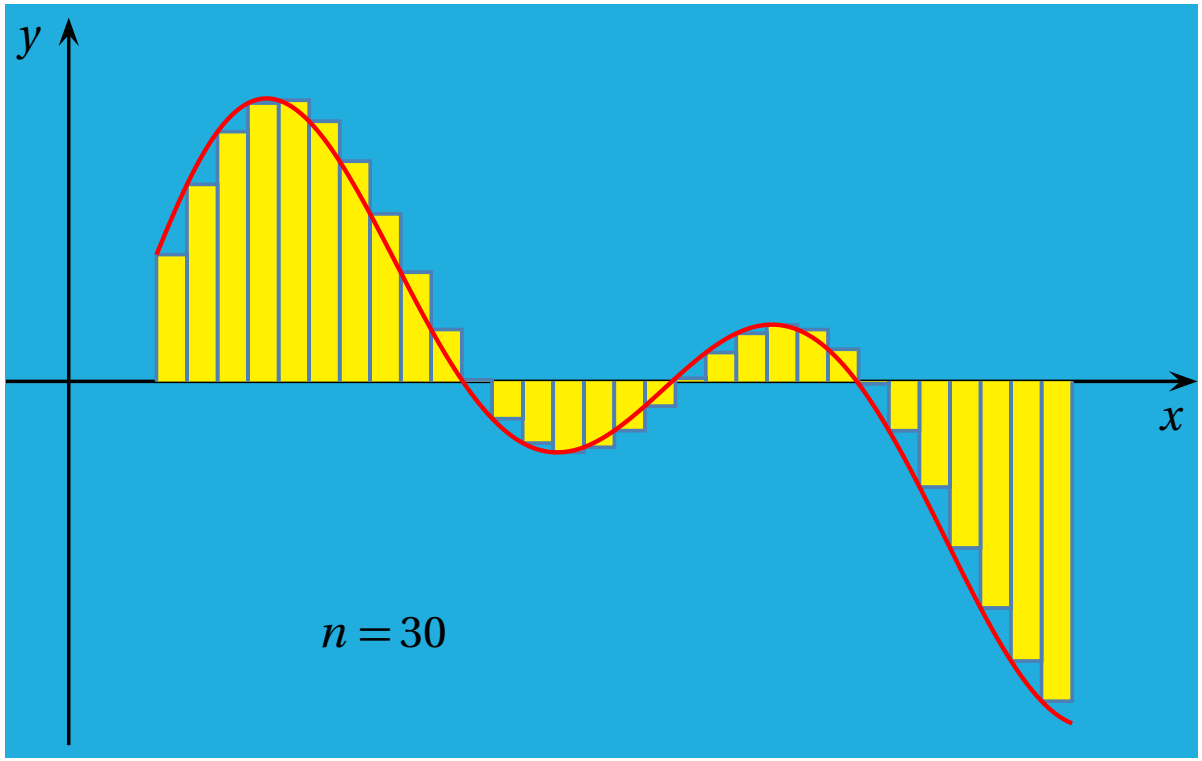


Sol Rieman Toplamı

$[a,b]$ nin bir $P=\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}$ bölüntüsünün sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun $i=1,2,3,\cdots,n$ için $R_n(P,\{x_i\},f)=\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$

Riemann toplamı n büyürken aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

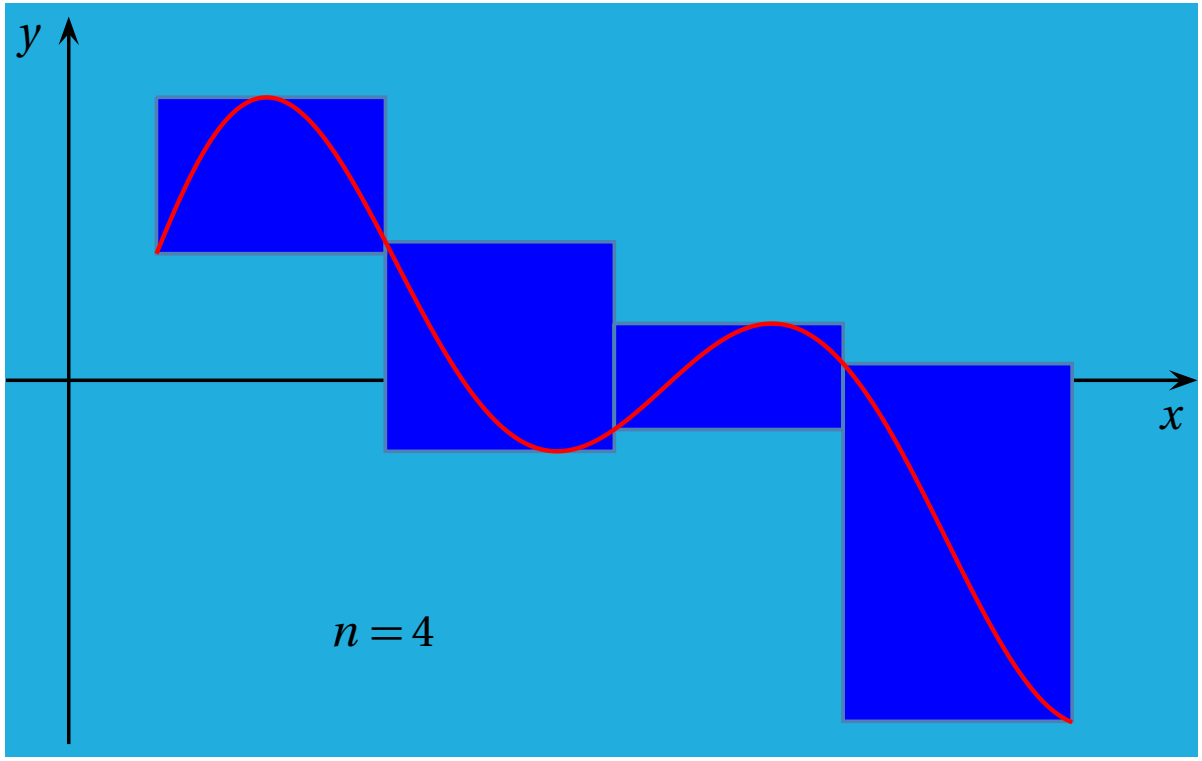
- $n=4$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=8$ için $R_8(P,\{x_i\},f)$
- $n=12$ için $R_4(P,\{x_i\},f)$
- $n=14$ için $R_{14}(P,\{x_i\},f)$
- $n=18$ için $R_{18}(P,\{x_i\},f)$
- $n=22$ için $R_{22}(P,\{x_i\},f)$
- $n=26$ için $R_{26}(P,\{x_i\},f)$
- $n=30$ için $R_{30}(P,\{x_i\},f)$
- $n=35$ için $R_{35}(P,\{x_i\},f)$
- $n=40$ için $R_{40}(P,\{x_i\},f)$



Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$

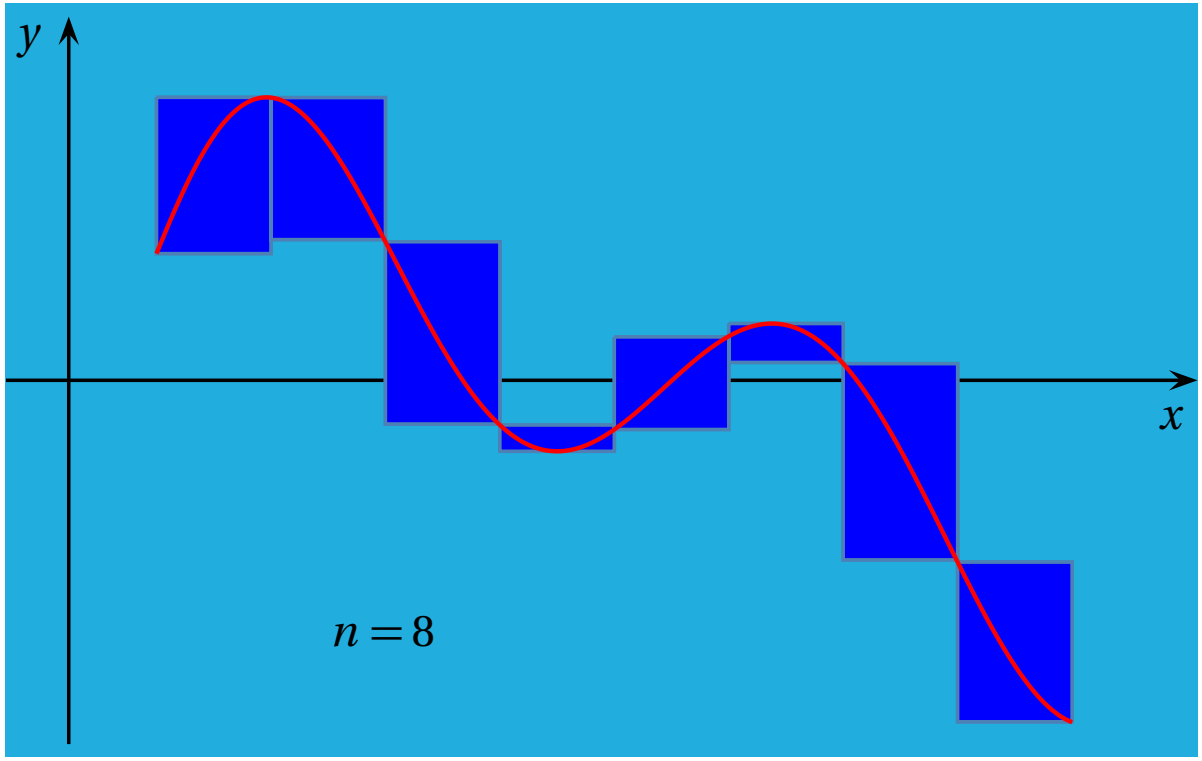


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$

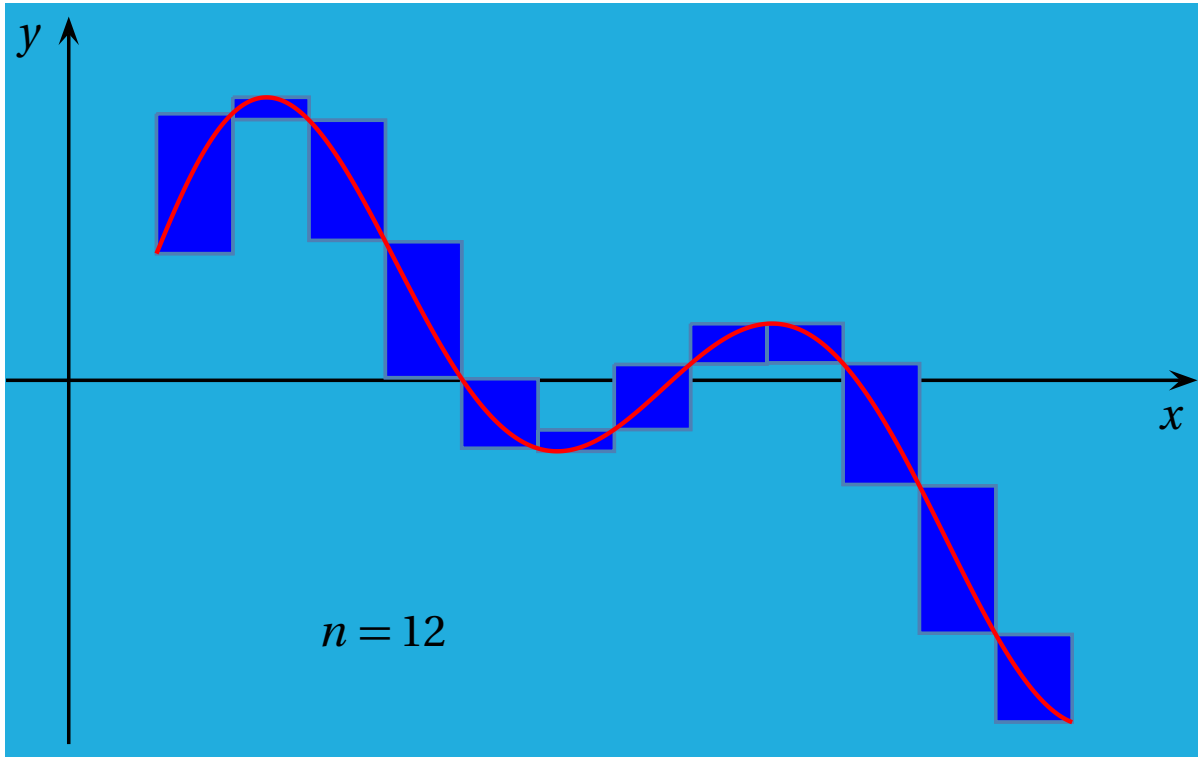


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$

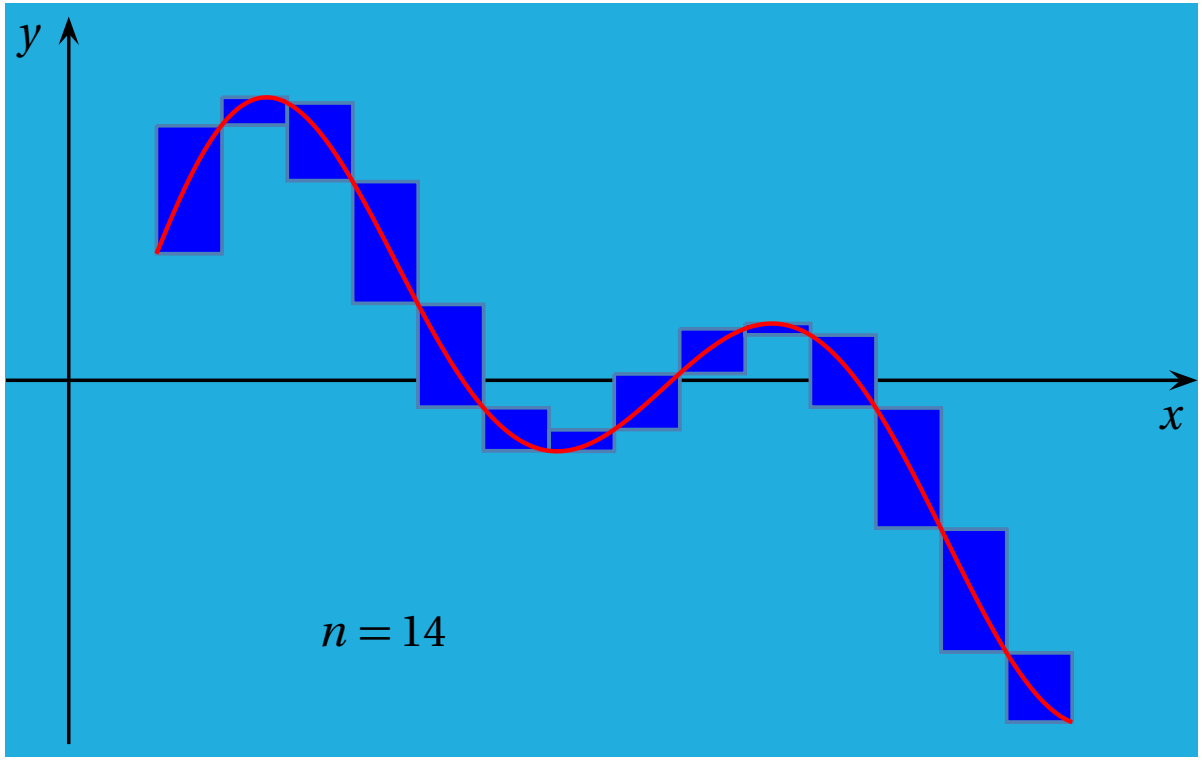


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$

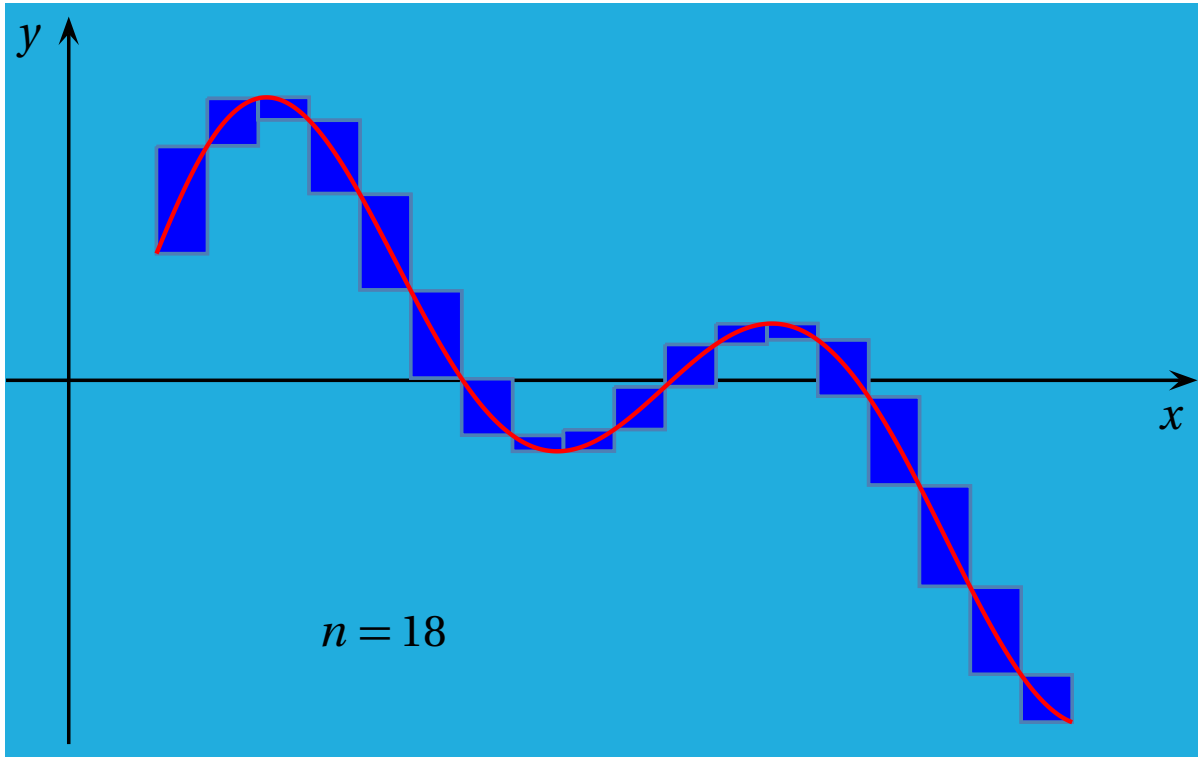


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $F_{18}(P, \{x_i\}, f)$

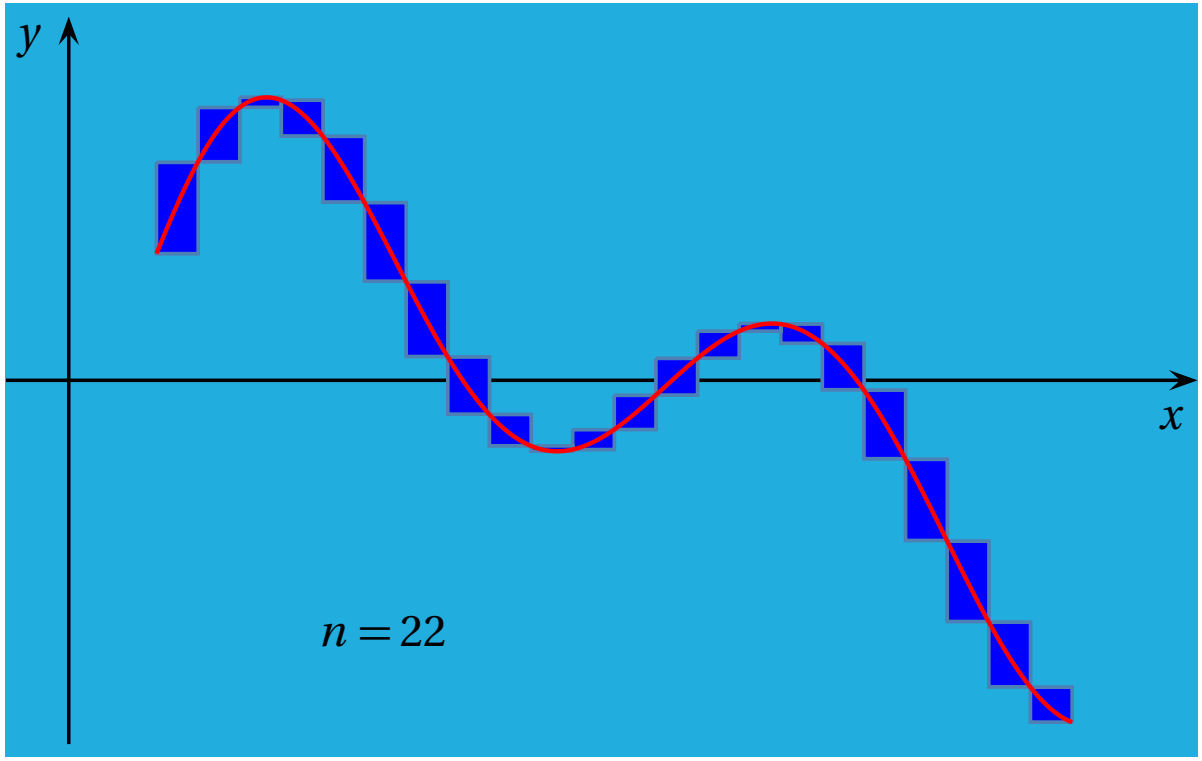


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $F_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $F_{22}(P, \{x_i\}, f)$

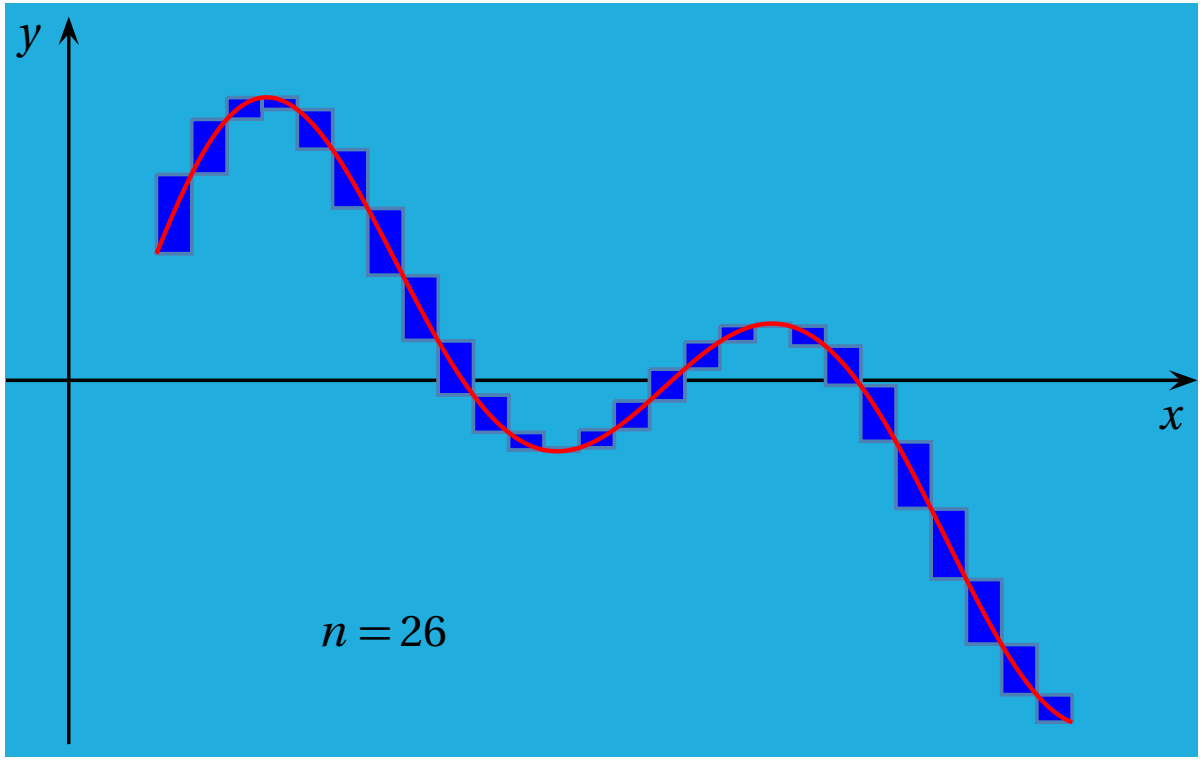


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $F_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $F_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $F_{26}(P, \{x_i\}, f)$

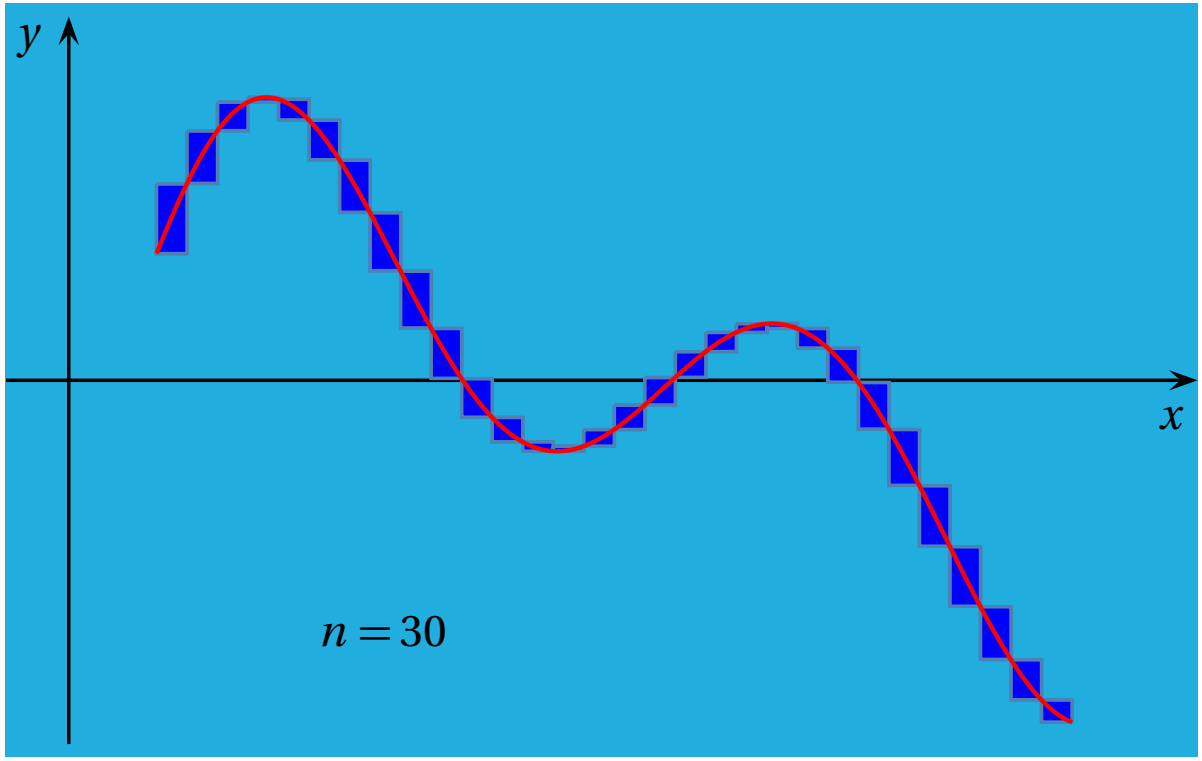


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $F_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $F_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $F_{26}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 30$ için $F_{30}(P, \{x_i\}, f)$

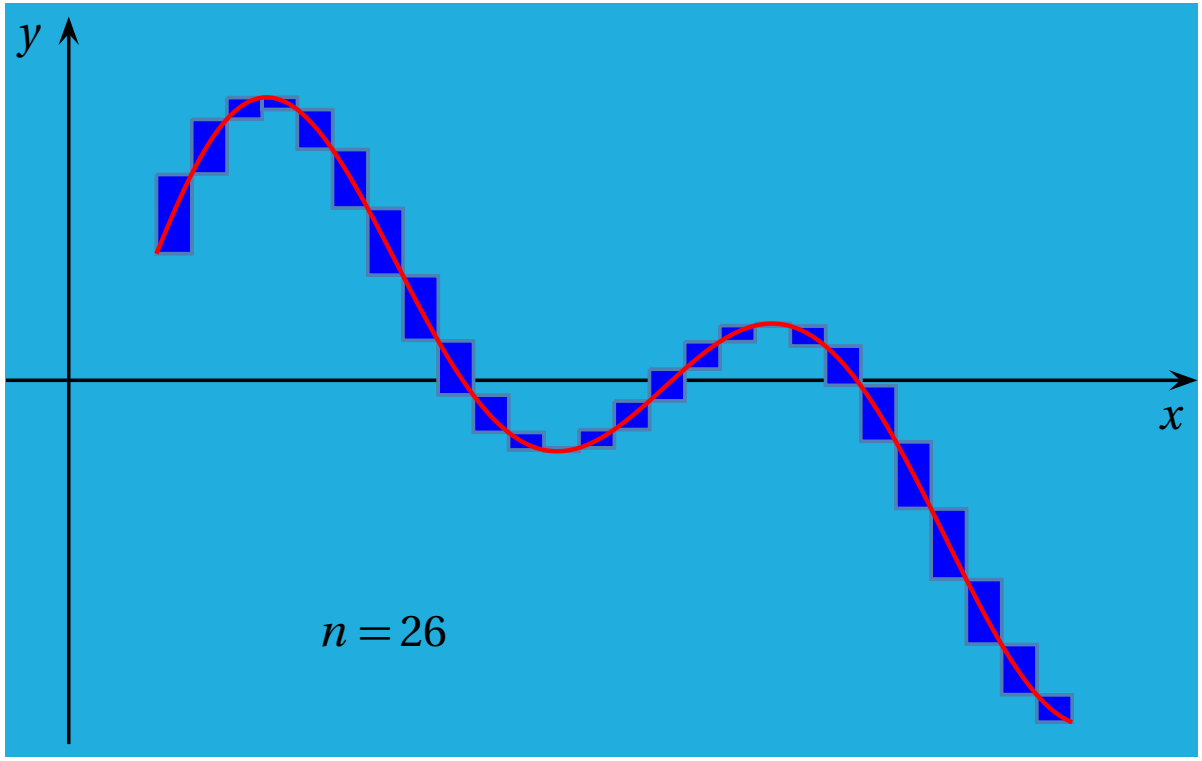


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $F_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $F_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $F_{26}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 30$ için $F_{30}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 35$ için $F_{35}(P, \{x_i\}, f)$

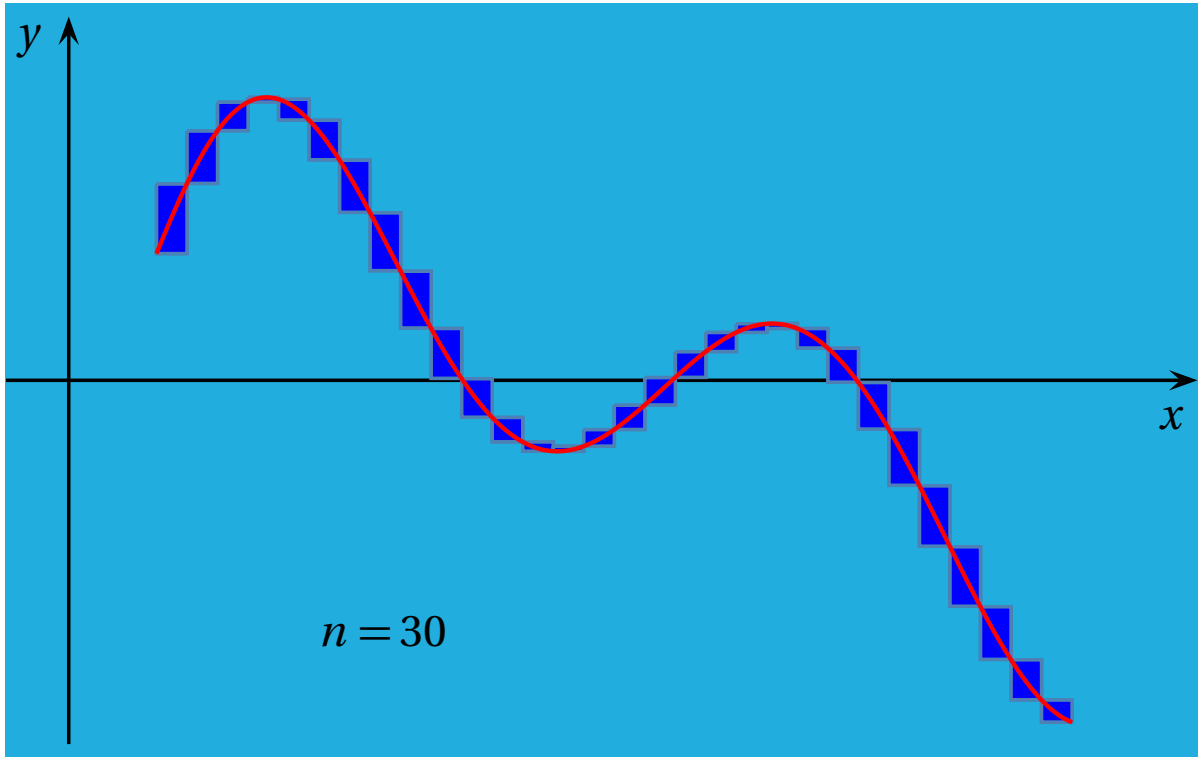


- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.

Sağ ve Sol Rieman Toplamı Arasındaki Fark

$[a, b]$ nin bir $P = \{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$ bölüntüsünün sağ ve sol uç nokta seçimine göre bir f fonksiyonunun Riemann toplamları arasındaki fark $i = 1, 2, 3, \cdots, n$ için $F_n(P, \{x_i\}, f) = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))(x_i - x_{i-1})$ olur. Buna göre n büyürken $F_n(P, \{x_i\}, f)$ aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi olur.

- $n = 4$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 8$ için $F_8(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 12$ için $F_4(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 14$ için $F_{14}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 18$ için $F_{18}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 22$ için $F_{22}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 26$ için $F_{26}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 30$ için $F_{30}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 35$ için $F_{35}(P, \{x_i\}, f)$
- $n = 40$ için $F_{40}(P, \{x_i\}, f)$



- n büyüdükçe $F_{n-1}(P, \{x_i\}, f)$ nin küçüldüğüne dikkat ediniz.