Mahmut KOÇAK

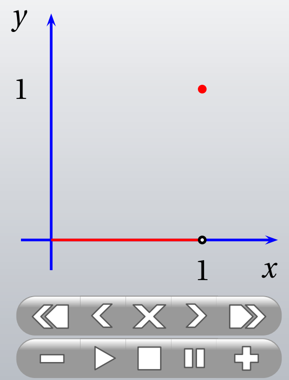
Hazırlama Tarihi: Nisan 10, 2008

http://www2.ogu.edu.tr/~mkocak/
Sunum Tarihi: Nisan 17, 2008

Fonksiyon Dizileri ve Serileri

Bu bölümde; fonksiyon dizileri,

Not 1 *Tanım 1 gereğince*

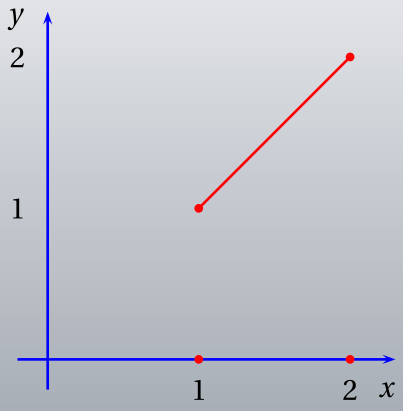


100.0

Not 2 *(i). Tanım 2 gereğince*

Bundan sonra f nin A üzerinde sürekli olup olmadığına bakılır.

Örnek 3 *Her $n \in \mathbb{N}$ için*



100.0

Çözüm. $x \in [1,2]$ için

(ii). Benzer şekilde,

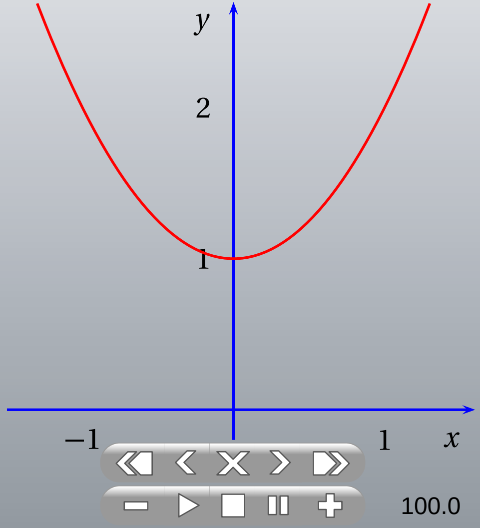
olur. Bu durumda

Fonksiyon Serileri

Tanım 3 $A \subseteq \mathbb{R}$ *ve her* $n \in \mathbb{N}$ *için* $f_n : A \to \mathbb{R}$ *bir fonksiyon olmak üzere*

Sonuç 1 *A bir aralık ve*

$$\frac{1}{1+x^2}s_n(x) =$$



olur. Böylece

$$s_n(x) - \frac{1}{1+x^2}s_n(x) = x^2 - \frac{x^2}{(1+x^2)^{n+1}}$$

olur. Buradan

$$s_n(x) + x^2 s_n(x) - s_n(x) = (1+x^2)\left(x^2 - \frac{x^2}{(1+x^2)^{n+1}}\right)$$

yani

$$x^2 s_n(x) = x^2 + x^4 - \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$$

olur. Böylece

$$s_n(x) = 1 + x^2 - \frac{1}{(1+x^2)^n}$$

ve

Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Kuvvet Serileri
Taylor Serileri

$$s(x) =$$

Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Kuvvet Serileri
Taylor Serileri

$$\left| f_n(x) + f_{n+1}(x) + \cdots + f_{n+p}(x) \right| < \varepsilon$$

olacak şekilde bulunabilmesidir.

Teorem 5 (Weierstrass M. Testi) $A \subseteq \mathbb{R}$ *ve*

Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Kuvvet Serileri
Taylor Serileri

Çözüm. Her $x \in \mathbb{R}$ için

Kuvvet Serileri

Tanım 4 *$x_0 \in \mathbb{R}$ ve her $n \in \mathbb{N}$ için $a_n \in \mathbb{R}$ olsun.*

Seriler için kök kriterinin kuvvet serilerine uygulanması ile aşağıdaki teoremi yazabiliriz.

Çözüm. Burada

$$R =$$

Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Fonksiyon . . .
Kuvvet Serileri
Taylor Serileri

Çözüm. Burada

Teorem 10 *Yakınsaklık yarıçapı R_1 olan*

(ii). $(kf)(x) =$

Sonuç 3 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *kuvvet serisinin yakınsaklık yarıçapı* R *ve*

(b). Burada

Örnek 12 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2n^2+n} \left(\frac{x}{1-x} \right)^n$ *serisinin*

serisi mutlak yakınsak olduğundan

Teorem 13 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ *ve*

Taylor Serileri

Teorem 15 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ *kuvvet serisinin yakınsaklık yarıçapı* $R \neq 0$ *ve*

f,

Tanım 8 f *bir* A *açık aralığı üzerinde her mertebeden sürekli tüvere sahip bir fonksiyon olsun.*

dır. Daha genel olarak

Örnek 14 *Her* $x \in \mathbb{R}$ *için*

Örnek 15 $f(x) = x\cos(x^2)$ *fonksiyonunun Maclaurin serisini bulalım.*

Çözüm. Örnek **??** gereğince

Not 9 $\alpha \in \mathbb{R}$ *ve* $n \in \mathbb{N}$ *olmak üzere* $\binom{\alpha}{0} = 1$ *ve* $\binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$ *olarak tanımlanırsa*

$$f(x)$$

Çözüm.

(a). Burada

(b). Burada

Örnek 17 (a).

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} =$$