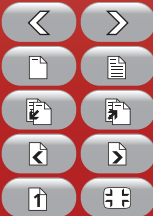




Üstel ve Log ...
 e^x Üstel ...
 a^x Genel Üs ...
L'Hospital ...

Mahmut KOÇAK



Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlar

Üstel fonksiyonlar matematik,

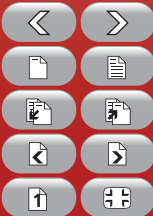


Üstel ve Log...

e^x Üstel ...

a^x Genel Üs ...

L'Hospital ...



e^x Üstel Fonksiyonu ve $\ln(x)$ Doğal Logaritma Fonksiyonu

e^x Üstel Fonksiyonu

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ serisi Örnek ?? gereğince yakınsaktır.



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Teorem 1 Her $x, y \in \mathbb{R}$ için

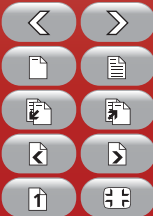


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Teorem 2 $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ dir.

Yukarıdaki bilgiler ışığı altında



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



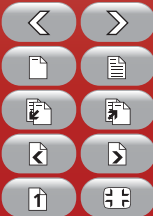


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Örnek 4 $f(x) = \frac{e^x \cos x}{e^x + 1}$ fonksiyonunun türevini bulalım.

Çözüm. Çarpım ve bölüm kuralları gereğince

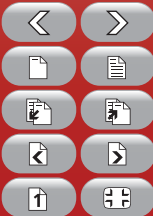


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Teorem 3 Her $x, y \in \mathbb{R}^+$ için

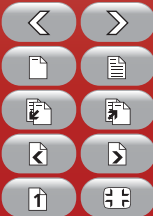


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



a^x Genel Üstel Fonksiyonu ve $\log_a(x)$ Logaritma Fonksiyonu

a^x Üstel Fonksiyonu

Tanım 1 $a \neq 1$ ve $a > 0$ bir reel sayı olmak üzere $f(x) = \exp(x \ln(a))$ şeklinde tanımlı $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna

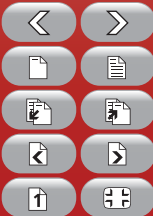


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



(v).

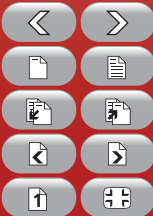


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Her $x_0 \in \mathbb{R}$ için

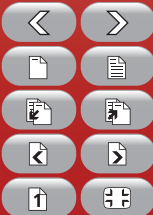


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Örnek 7 $f(x) = x^3 3^x$ fonksiyonunun türevini bulalım.

Çözüm. Çarpım kuralı gereğince



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Teorem 9 $0 < a$ ve $a \neq 1$ olmak üzere $a \in \mathbb{R}$ olsun. Bu durumda

(i). Her $x, y \in \mathbb{R}^+$ için



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



dur. Ayrıca

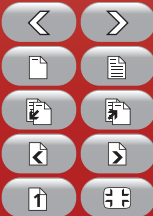


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Örnek 9 $\log_{10}(0.0001) = -4$ olduğunu gösterelim.

Çözüm. $\log x$ fonksiyonunun özellikleri gereğince



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Örnek 13 $f(x) = \log(3x - 1)$ fonksiyonunun türevini bulalım.

Çözüm. Zincir kuralı gereğince



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Tanım 2 $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = \exp(a \ln(x))$ şeklinde tanımlı $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyona

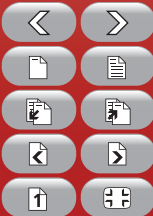


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Her $x \in \mathbb{R}^+$ için $\ln(x)$ fonksiyonu ve her $x \in \mathbb{R}$ için $\exp(x)$ fonksiyonu türevlenebilir olduklarından her $x \in \mathbb{R}^+$ için

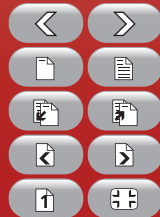


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



Örnek 15 $f(x) = (2x + 3)^\pi$ fonksiyonunun türevini bulalım.

Çözüm. Zincir kuralı gereğince



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital...



L'Hospital Kuralının Bazı Uygulamaları II

Tanım 3 f ve g bir x_0 noktasının bir komşuluğunda tanımlı

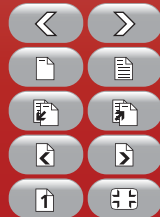


Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital ...



Yukarıdaki belirsiz limitler aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital ...



Çözüm. $f(x) = (\sin x)^{\tan x}$ diyelim. Bu durumda



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital ...



Örnek 18 a ve b iki sabit olmak üzere $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx}$ limitini hesaplayalım.

Çözüm.



Üstel ve Log...

e^x Üstel...

a^x Genel Üs...

L'Hospital ...

