

BELİRLİ İNTEGRAL ve BAZI TEMEL TEOREMLER



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Bir Fonksiyonun Belirli İntegrali

Tanım f , $[a,b]$ aralığı üzerinde tanımlı sınırlı bir fonksiyon olsun.

(i).



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

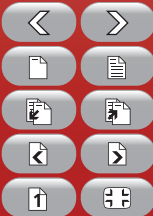
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.





Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

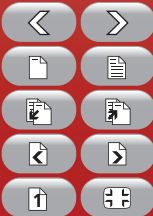
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Örnek 1.

Her $x \in \mathbb{R}$ için



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

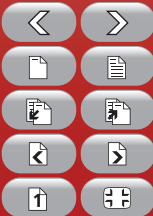
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Örnek 2.

$f(x) = x$ fonksiyonunun $[0,1]$ aralığı üzerinde Riemann anlamında integrallenebilir olduğunu gösterelim.

Her bir $n \in \mathbb{N}$ için P_n , $[0,1]$ in



Bir Fonksiyonun

Örneği

Örnek

Belirli İntegral

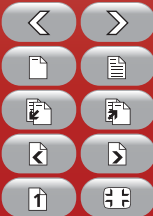
İntegral

Temel İntegral

Örnek.

Örnek.

Örnek.



$$\frac{n-1}{2n} \leq \sup s(f) \leq \inf S(f) \leq \frac{n+1}{2n}$$

dir.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

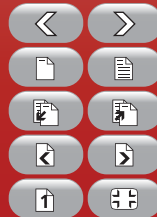
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Belirli İntegralin Özellikleri

Teorem. $f, [a,b]$ üzerinde Riemann anlamında integrallenebilen bir fonksiyon olsun.



Bir Fonksiyonun İntegrali

Örnek

Örnek

Belirli İntegralin Özellikleri

İntegralin Temel Özellikleri

Temel İntegral Özellikleri

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Teorem. $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann anlamında integrallenebilen bir fonksiyon olsun.



Bir Fonksiyonun

Örneği

Örneği

Belirli İntegralin

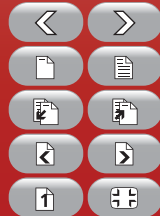
Özellikleri

Temel Özellikleri

Örneği

Örneği

Örneği



Teorem. $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann anlamında integrallenebilen bir fonksiyon olsun.



Bir Fonksiyonun

Örneği

Örneği

Belirli İntegralin

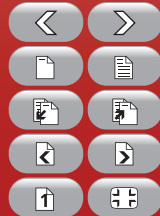
Özellikleri

Temel Özellikleri

Örneği

Örneği

Örneği



Teorem. f ve g fonksiyonları $[a, b]$ üzerinde tanımlı Riemann anlamında integrallenebilen iki fonksiyon olsun.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

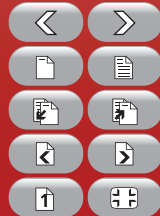
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Teorem. f ve g , $[a, b]$ üzerinde tanımlı Riemann anlamında integrallenebilen iki fonksiyon olsun.



Bir Fonksiyonun İntegrali

Örnek

Örnek

Belirli İntegralin Özellikleri

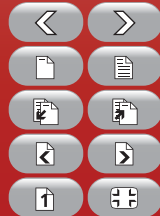
İntegralin Temel Özellikleri

Temel İntegral Özellikleri

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Teorem. $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu Riemann anlamında integrallenebilir.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

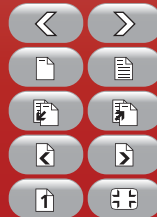
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



İntegral Hesabın Temel Teoremi

Bu bölüm boyunca $I \subseteq \mathbb{R}$ açık bir aralık olacaktır.

Teorem f , I üzerinde tanımlı sınırlı bir fonksiyon ve $a \in I$ olsun.



Bir Fonksiyon...

Örnek

Örnek

Belirli İntegral...

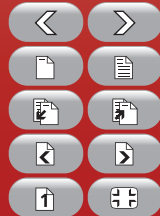
İntegral...

Temel İntegral Teoremi...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Teorem (Newton-Leibniz Formülü) $F : I \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu türevlenebilsin ve her $x \in I$ için $F'(x) = f(x)$ olsun.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

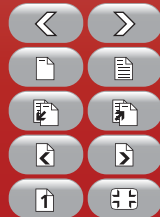
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Temel İntegral Formülleri

Bir fonksiyonun türevi ve belirsiz integrali arasındaki ilişkiden dolayı sık sık kullanılacak olan aşağıdaki integral formüllerini yazabiliriz.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



$$(7). \quad \frac{d}{dx}(\sinh x + C) = \cosh x$$



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

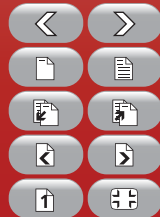
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.





$$(15). \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \right) = \frac{1}{x^2 + a^2}$$

Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

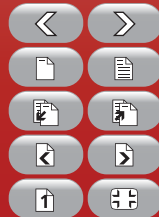
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Örnek 3.

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ polinomu için $\int_a^b f(x)dx$ integralini bulalım.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Örnek 4.

$\int_0^{\pi} \sin x \, dx$ integralini bulalım.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

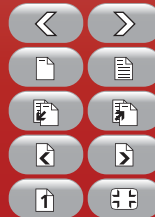
İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.



Örnek 5.

$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ integralini hesaplayalım.



Bir Fonksiy...

Örnek

Örnek

Belirli İnte...

İntegral...

Temel İnte...

Örnek.

Örnek.

Örnek.

