Mahmut KOÇAK

Hazırlama Tarihi: Nisan 10, 2008

http://www2.ogu.edu.tr/~mkocak/
Sunum Tarihi: Nisan 17, 2008

Teori

I ve J iki açık aralık olmak üzere $f : I \to J$ fonksiyonu türevlenebilen bir fonksiyon ve $g : J \to \mathbb{R}$ sürekli bir fonksiyon olsun. Bu durumda

$$\int (g \circ f)'(x)\,\mathrm{d}x = \int g'(f(x))\, f'(x)\,\mathrm{d}x + C$$

olur.

Pratikde değişken değiştirme yöntemi şu şekilde uygulanır.

$$u = f(x)$$

denilirse

$$\mathrm{d}u = f'(x)\,\mathrm{d}x$$

ve

$$\int (g \circ f)'\,\mathrm{d}x = \int g'(f(x))\, f'(x)\,\mathrm{d}x = \int g'(u)\,\mathrm{d}u + C$$

olur. Bu ifade **değişken değiştirme formülü** olarak bilinir.

Test

Değişken değiştirme yöntemini kullanarak aşağıdaki integralleri bularak tekrar x değişkenine dönünüz.

(i). Mor alanlara u ve du diferansiyelini dx diferansiyeli cinsinden yazınız.

(ii). Sarı alanlara u cinsinden fonksiyonları yazınız

(iii). Kırmızı alanlara x cinsinden fonksiyonları yazınız.

(iv). Örnekleri öncelikle kendiniz yapmaya çalışınız. İstediğiniz yerde "Cevap" tuşuna basarak doğru cevapları görebilirsiniz.

Örnekler: Aşağıdaki integrallerde u nun nasıl seçildiğine dikkat ediniz.

1. $\int xe^{x^2}dx$ integralini bulalım.

u= ⟹ du= dx
⟹ xdx= du

Cevap Sil

denilirse

$$\int xe^{x^2}dx = \int \quad du = \quad + C$$

Cevap Sil

$$= \quad + C$$

Cevap Sil

olur.

2. $\int \frac{2x+3}{x^2+3x-5}dx$ integralini bulalım.

u= ⟹ du= dx

Cevap Sil

denilirse

$$\int \frac{2x+3}{x^2+3x-5}dx = \int \boxed{\quad} du = \boxed{\quad} + C$$ Cevap Sil

$$= \boxed{\quad} + C$$ Cevap Sil

olur.

3. $\int \frac{1}{\sqrt{5x-9}}dx$ integralini bulalım.

u= $\boxed{\quad}$ $\Longrightarrow$ du= $\boxed{\quad}$ dx

$\Longrightarrow$ dx= $\boxed{\quad}$ du

Cevap Sil

denilirse

$$\int \frac{1}{\sqrt{5x-9}}dx = \int \boxed{\quad} du = \frac{1}{5}\int \boxed{\quad} du$$ Cevap Sil

$$= \frac{1}{5}\boxed{\quad} + C$$ Cevap Sil

$$= \frac{2}{5}\boxed{\quad} + C$$ Cevap Sil

$$= \frac{2}{5}\boxed{\quad} + C$$ Cevap Sil

olur.

4. $\int x^3 \sin(x^4)\,dx$ integralini bulalım.

$$u = \boxed{\quad} \implies du = \boxed{\quad}\,dx \implies x^3 dx = \boxed{\quad}\,du$$

Cevap | Sil

denilirse

$$\begin{aligned} \int x^3 \sin(x^4)\,dx &= \frac{1}{4}\int \boxed{\quad}\,du = \frac{1}{4}\boxed{\quad} + C \\ &= -\frac{1}{4}\boxed{\quad} + C \end{aligned}$$

Cevap | Sil

Cevap | Sil

olur.

5. $\int x\sqrt{9-x^2}\,dx$ integralini bulalım.

$$u = \boxed{\quad} \implies du = \boxed{\quad}\,dx \implies x\,dx = \boxed{\quad}\,du$$

Cevap | Sil

denilirse

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{9-x^2}\,dx &= -\frac{1}{2}\int \boxed{\quad}\,du = -\frac{1}{2}\frac{2}{3}\boxed{\quad} + C \\ &= -\frac{1}{3}\boxed{\quad} + C \end{aligned}$$

Cevap | Sil

Cevap | Sil

olur.

6. $\int \tan x \sec^2 x\, dx$ integralini bulalım.

u= ______ $\Longrightarrow$ du= ______ dx   Cevap Sil

denilirse

$$\int \tan x \sec^2 x\, dx = \int \boxed{}\, du = \boxed{} + C$$
Cevap Sil

$$= \boxed{} + C$$
Cevap Sil

olur.

7. $\int \frac{\ln x}{x} dx$ integralini bulalım.

u= ______ $\Longrightarrow$ du= ______ dx   Cevap Sil

denilirse

$$\int \frac{\ln x}{x} dx = \int \boxed{}\, du = \boxed{} + C$$
Cevap Sil

$$= \boxed{} + C$$
Cevap Sil

olur.

8. $\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx$ integralini bulalım.

u= ⟹ du= dx Cevap Sil

denilirse

$$\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx = \int \quad du = \quad + C$$

Cevap Sil

$$= \quad + C$$

Cevap Sil

olur.