



Mahmut KOÇAK





## Teori

$I$  ve  $J$  iki açık aralık olmak üzere  $f : I \rightarrow J$  fonksiyonu türevlenebilen bir fonksiyon ve  $g : J \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli bir fonksiyon olsun. Bu durumda

$$\int (g \circ f)'(x) dx = \int g'(f(x)) f'(x) dx + C$$

olur.

Pratikte değişken değiştirme yöntemi şu şekilde uygulanır.

$$u = f(x)$$

denilirse

$$du = f'(x) dx$$

ve

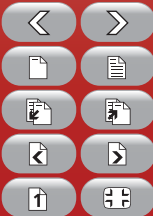
$$\int (g \circ f)' dx = \int g'(f(x)) f'(x) dx = \int g'(u) du + C$$

olur. Bu ifade **değişken değiştirme formülü** olarak bilinir.

## Test

Değişken değiştirme yöntemini kullanarak aşağıdaki integralleri bularak tekrar  $x$  değişkenine dönünüz.

(i). Mor alanlara  $u$  ve  $du$  diferansiyelini  $dx$  diferansiyeli cinsinden yazınız.





(ii). Sarı alanlara  $u$  cinsinden fonksiyonları yazınız

(iii). Kırmızı alanlara  $x$  cinsinden fonksiyonları yazınız.

(iv). Örnekleri öncelikle kendiniz yapmaya çalışınız. İstedığınız yerde "Cevap" tuşuna basarak doğru cevapları görebilirsiniz.

**Örnekler:** Aşağıdaki integrallerde  $u$  nun nasıl seçildiğine dikkat ediniz.

1.  $\int x e^{x^2} dx$  integralini bulalım.

$$\begin{array}{l} u = \quad \quad \quad \Rightarrow \quad du = \quad \quad \quad dx \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \Rightarrow \quad x dx = \quad \quad \quad du \end{array}$$

denilirse

$$\begin{array}{l} \int x e^{x^2} dx = \int \quad \quad \quad du = \quad \quad \quad + C \\ = \quad \quad \quad + C \end{array}$$

olur.

2.  $\int \frac{2x+3}{x^2+3x-5} dx$  integralini bulalım.

$$u = \quad \quad \quad \Rightarrow \quad du = \quad \quad \quad dx$$





denilirse

$$\int \frac{2x+3}{x^2+3x-5} dx = \int du = +C$$

$$= +C$$

olur.

3.  $\int \frac{1}{\sqrt{5x-9}} dx$  integralini bulalım.

$$u = \quad \Rightarrow \quad du = \quad dx$$

$$\Rightarrow \quad dx = \quad du$$

denilirse

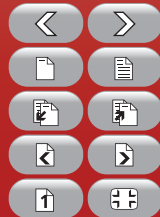
$$\int \frac{1}{\sqrt{5x-9}} dx = \int du = \frac{1}{5} \int du$$

$$= \frac{1}{5} + C$$

$$= \frac{2}{5} + C$$

$$= \frac{2}{5} + C$$

olur.





4.  $\int x^3 \sin(x^4) dx$  integralini bulalım.

$$\begin{aligned} u &= \quad \Rightarrow \quad du = \quad dx \\ & \Rightarrow \quad x^3 dx = \quad du \end{aligned}$$

denilirse

$$\begin{aligned} \int x^3 \sin(x^4) dx &= \frac{1}{4} \int \quad du = \frac{1}{4} \quad + C \\ &= -\frac{1}{4} \quad + C \end{aligned}$$

olur.

5.  $\int x \sqrt{9-x^2} dx$  integralini bulalım.

$$\begin{aligned} u &= \quad \Rightarrow \quad du = \quad dx \\ & \Rightarrow \quad x dx = \quad du \end{aligned}$$

denilirse

$$\begin{aligned} \int x \sqrt{9-x^2} dx &= -\frac{1}{2} \int \quad du = -\frac{1}{2} \frac{2}{3} \quad + C \\ &= -\frac{1}{3} \quad + C \end{aligned}$$

olur.





6.  $\int \tan x \sec^2 x dx$  integralini bulalım.

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x dx$$

denilirse

$$\begin{aligned} \int \tan x \sec^2 x dx &= \int u du = \frac{1}{2} u^2 + C \\ &= \frac{1}{2} \tan^2 x + C \end{aligned}$$

olur.

7.  $\int \frac{\ln x}{x} dx$  integralini bulalım.

$$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$$

denilirse

$$\begin{aligned} \int \frac{\ln x}{x} dx &= \int u du = \frac{1}{2} u^2 + C \\ &= \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C \end{aligned}$$

olur.





8.  $\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx$  integralini bulalım.

$$u = \quad \Rightarrow \quad du = \quad dx$$

denilirse

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)} dx &= \int \quad du = \quad + C \\ &= \quad + C \end{aligned}$$

olur.

