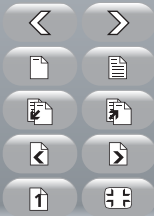




**Kabuk Metodu**  
**Örnek 3**  
**Örnek 4**

## Hacim Hesabı





## Kabuk Metodu (Silindirik Kabuklar Metodu)

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli fonksiyonu verilsin.  $f$  nin grafiğinin  $x = a$ ,  $x = b$  doğrularıyla sınırlanan parçasının  $y$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle elde edilen  $C$  cisminin hacmini bulmaya çalışalım.

$P = \{a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, \dots, x_{n-1}, x_n = b\}$ ,  $[a, b]$  aralığının  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$  özelliğinde bir bölüntüsü olsun.  $x$ -ekseni, fonksiyonun grafiği ve  $x = x_{i-1}, x = x_i$  doğruları arasında kalan bölgenin  $y$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle  $t_i$ ,  $[x_{i-1}, x_i]$  aralığının orta noktası olmak üzere yarı çapı  $t_i$  ve yüksekliği  $f(t_i)$  olan silindir oluşur. Bu silindir **Şekil 3** de görüldüğü gibi açılırsa hacmi  $2\pi t_i f(t_i) \Delta x$  olur. Bu durumda

$$V(C) \cong \sum_{i=1}^n 2\pi t_i f(t_i) \Delta x$$

olur. Böylece

$$V(C) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 2\pi t_i f(t_i) \Delta x = 2\pi \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n t_i f(t_i) \Delta x = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

olur. ve **Şekil 3** ye bakınız.

Kabuk Metodu

Örnek 3

Örnek 4



Benzer şekilde  $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli fonksiyonlar ve her  $x \in [a, b]$  için  $0 \leq g(x) \leq f(x)$  ise  $f$  ve  $g$  nin grafiklerinin  $x = a, x = b$  doğruları arasında kalan parçalarının  $y$ -eksini etrafında döndürülmesiyle elde edilen  $C$  cisminin hacmi

$$V(C) = 2\pi \int_a^b x (f(x) - g(x)) dx$$

integraliyle bulunur. [Şekil ?](#) ve [Şekil ?](#) ye bakınız.

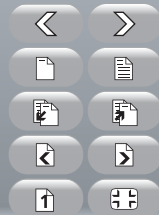
Bu yönteme **kabuk metodu** denir.



**Kabuk Metodu**

**Örnek 3**

**Örnek 4**





## Örnek 3

$y = 0$  doğrusu ile  $f(x) = 4x - x^2$  fonksiyonunun grafiği arasında kalan bölgenin  $y$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulalım. **Şekil** <sup>?</sup> ye bakınız.

★  $f$  fonksiyonunun grafiği  $x$ -eksenini  $x = 0$  ve  $x = 4$  noktalarında keser. **Bas** <sup>?</sup>

★ Buna göre

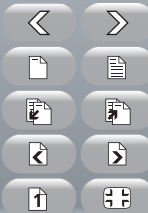
$$V(C) = 2\pi \int_0^4 x(4x - x^2) dx = 2\pi \int_0^4 (4x^2 - x^3) dx = 2\pi \left( \frac{4x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^4 = \frac{128}{3}\pi$$

olur.

**Kabuk Metodu**


**Örnek 3**

**Örnek 4**





## Örnek 4

$f(x) = 3x^2 - x^3$  fonksiyonunun grafiğinin  $x = 0$  ve  $x = 3$  doğruları arasında kalan parçasının  $y$ -ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulalım. **Şekil**  ye bakınız.

★ Buna göre

$$V(C) = 2\pi \int_0^3 x(3x^2 - x^3) dx = 2\pi \int_0^3 (3x^3 - x^4) dx = 2\pi \left( \frac{3x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \frac{243}{10} \pi$$

olur.

Kabuk Metodu

Örnek 3

Örnek 4

