



**Bir Boyutlu ...
Örnekler**


BİR BOYUTLU KÜTLE





Bir Boyutlu Kütle

I. Sabit yoğunluklu maddesel çubuğun kütlesi: Yoğunluğu ρ olan homojen bir boyutlu l uzunluğunda bir maddesel çubuğun (örneğin ince bir telin) **kütlesi** $m = \rho l$ olarak tanımlanır.

II. Değişken yoğunluklu maddesel çubuğun kütlesi: Şimdi değişken yoğunluklu l uzunluğunda maddesel bir çubuğun kütlesini bulalım. Çubuğu **Şekil**  de görüldüğü gibi reel eksen üzerine yerleştirelim. Maddesel çubuğun yoğunluğu x in sürekli bir $\rho : [0, l] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu olarak verilsin. $[0, l]$ aralığının bir bölüntüsü

$$P = \{0 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, \dots, x_{n-1}, x_n = l\}$$

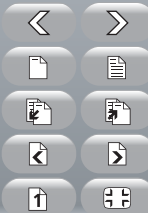
ve $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ olsun. Bu durumda maddesel çubuğun $[x_{i-1}, x_i]$ aralığındaki yoğunluğu $t_i \in [x_{i-1}, x_i]$ olmak üzere yaklaşık olarak $\rho(t_i)$ alınırsa maddesel çubuğun $[x_{i-1}, x_i]$ aralığındaki kütlesi

$$m_i \cong \rho(t_i) \Delta x_i$$

olur. Bu durumda maddesel çubuğun toplam kütlesi yaklaşık olarak

Bir Boyutlu...

Örnekler





$$m \cong \sum_{i=1}^n m_i \cong \sum_{i=1}^n \rho(t_i) \Delta x_i$$

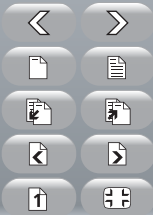
olur. ρ fonksiyonu integrallenebilir olduğundan

$$m = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \left(\sum_{i=1}^n \rho(t_i) \Delta x_i \right) = \int_0^l \rho(x) dx$$

olur.

Bir Boyutlu...

Örnekler





Örnekler

Örnek 1. Homojen sabit $\rho = 3 \text{ gr/cm}$ yoğunluklu 15 cm uzunluğunda bir telin kütlesini bulalım.

$$m = \rho l = 3 \times 15 = 45 \text{ gr olur.}$$

Örnek 2. Uzunluğu 4 cm ve yoğunluğu $\rho(x) = 17 - x^2$ gr/cm fonksiyonu ile verilen halatın kütlesini bulalım.

Bu durumda

$$m = \int_0^4 \rho(x) dx = \int_0^4 (17 - x^2) dx = \left(17x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \left(68 - \frac{64}{3} \right) = \frac{204 - 64}{3} = \frac{140}{3} \text{ gr}$$

olur.

Bir Boyutlu ...

Örnekler

