BİR BOYUTLU KÜTLE

Hazırlama Tarihi: Nisan 10, 2008

http://www2.ogu.edu.tr/~mkocak/
Sunum Tarihi: Nisan 17, 2008

Bir Boyutlu Kütle

I. Sabit yoğunluklu maddesel çubuğun kütlesi: Yoğunluğu ρ olan homojen bir boyutlu l uzunluğunda bir maddesel çubuğun (örneğin ince bir telin) **kütlesi** $m = \rho\, l$ olarak tanımlanır.

II. Değişken yoğunluklu maddesel çubuğun kütlesi: Şimdi değişken yoğunluklu l uzunluğunda maddesel bir çubuğun kütlesini bulalım. Çubuğu Şekil ? de görüldüğü gibi reel eksen üzerine yerleştirelim. Maddesel çubuğun yoğunluğu x in sürekli bir $\rho : [0, l] \to \mathbb{R}$ fonksiyonu olarak verilsin. $[0, l]$ aralığının bir bölüntüsü

$$P = \{0 = x_0, x_1, x_2, \cdots, x_{i-1}, x_i, \cdots, x_{n-1}, x_n = l\}$$

ve $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ olsun. Bu durumda maddesel çubuğun $[x_{i-1}, x_i]$ aralığındaki yoğunluğu $t_i \in [x_{i-1}, x_i]$ olmak üzere yaklaşık olarak $\rho(t_i)$ alınırsa maddesel çubuğun $[x_{i-1}, x_i]$ aralığındaki kütlesi

$$m_i \cong \rho(t_i)\Delta x_i$$

olur. Bu durumda maddesel çubuğun toplam kütlesi yaklaşık olarak

Bir Boyutlu ...
Örnekler

$$m \cong \sum_{i=1}^{n} m_i \cong \sum_{i=1}^{n} \rho(t_i)\Delta x_i$$

olur. ρ fonksiyonu integrallenebilir olduğundan

$$m = \lim_{\|P\|\to 0}\left(\sum_{i=1}^{n} \rho(t_i)\Delta x_i\right) = \int_0^l \rho(x)\,\mathrm{d}x$$

olur.

Örnekler

Örnek 1. Homojen sabit $\rho = 3\,\mathrm{gr/cm}$ yoğunluklu $15\,\mathrm{cm}$ uzunluğunda bir telin kütlesini bulalım.

$m = \rho\, l = 3 \times 15 = 45\,\mathrm{gr}$ olur.

Örnek 2. Uzunluğu $4\,\mathrm{cm}$ ve yoğunluğu $\rho(x) = 17 - x^2$ $\mathrm{gr/cm}$ fonksiyonu ile verilen halatın kütlesini bulalım.

Bu durumda

$$m = \int_0^4 \rho(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^4 \left(17 - x^2\right)\mathrm{d}x = \left(17x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4 = \left(68 - \frac{64}{3}\right) = \frac{204 - 64}{3} = \frac{140}{3}\,\mathrm{gr}$$

olur.