

ANALİZ II

IV. Tip Has Olmayan İntegraller

Mahmut KOÇAK



IV. Tip Has ...

Örnek 1.

Örnek 2.





IV. Tip Has Olmayan İntegraller

Tanım kümesi I.tip, II.tip ve III.tip integrallerde incelenen aralıkların sonlu tanesinin ayrık birleşimi olan bir fonksiyonun integraline **IV.tip has olmayan integral** denir. Tanım kümesi böyle olan bir fonksiyonun integrallenebilmesi için birleşimdeki her bir aralık üzerinde fonksiyonun ilgili has olmayan integrallinin olması gerekir. Fonksiyonun has olmayan integrallerinin toplamı fonksiyonun IV.tip has olmayan integralidir.

IV. Tip Has ...

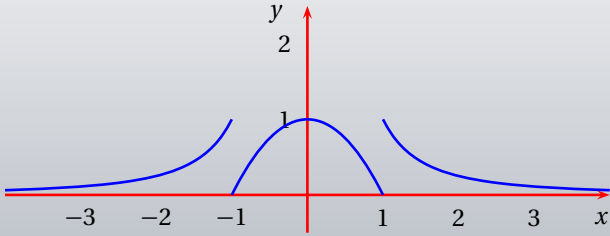
Örnek 1.

Örnek 2.





Örnek 1.



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^{\infty} f(x) dx$$

dir. Önce $\int_{-1}^1 f(x) dx$ integrallerini hesaplayalım.

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx = \left(\frac{-x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3}$$

olur.

IV. Tip Has ...

Örnek 1.

Örnek 2.





$$\int_1^{\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{1}{x^2} dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{x} \Big|_1^t \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{t} \right) = 1$$

ve

$$\int_{-\infty}^{-1} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^{-1} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x} \Big|_t^{-1} \right) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{t} \right) = 1$$

olur. Böylece

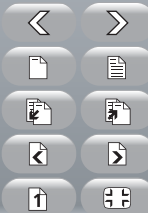
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 + \frac{4}{3} + 1 = \frac{10}{3}$$

olur. ↵

IV. Tip Has ...

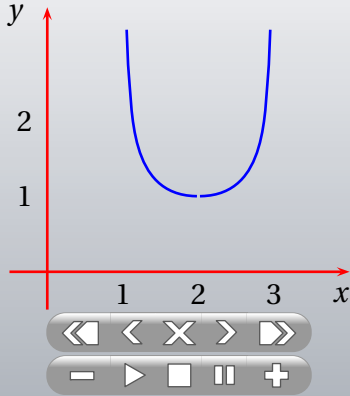
Örnek 1.

Örnek 2.





Örnek 2.



$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x - x^2 - 3}}$ fonksiyonu $x = 1$ noktasının sağ komşuluğunda, $x = 3$ noktasının sol komşuluğunda sınırsızdır. Buna göre tanım gereği

$$\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}} = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}} + \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}}$$

yazılır. (Burada $x = 2$ noktası yerine $(1, 3)$ aralığında herhangi bir nokta da alınabilir.) Şimdi bu son eşitliğin sağ tarafındaki her iki integrali hesaplayalım.

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}} = \lim_{t \rightarrow 1^+} \int_t^2 \frac{dx}{\sqrt{(1 - (x - 2))^2}} = \lim_{t \rightarrow 1^+} \left(\arcsin(x - 2) \Big|_t^2 \right) = \lim_{t \rightarrow 1^+} (0 - \arcsin(t - 2)) = \frac{\pi}{2}$$

IV. Tip Has...
Örnek 1.
Örnek 2.




Örnek 2.

ve

$$\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}} = \lim_{t \rightarrow 3^-} \int_2^t \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}} = \lim_{t \rightarrow 3^-} \left(\arcsin(x-2) \Big|_2^t \right) = \lim_{t \rightarrow 3^-} (\arcsin(t-2) - 0) = \frac{\pi}{2}$$

olur. Böylece

$$\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$$

elde edilir. 

6/6



IV. Tip Has...

Örnek 1.

Örnek 2.

