

ESOGU FEN-ED.FAK MATEMATİK BÖLÜMÜ

## ANALİZ II

### Parametrik Eğrilerin Yay Uzunluğu

Mahmut KOÇAK



Parametrik . . .

Örnek 1

Örnek 2



# Parametrik Eğrilerin Yay Uzunluğu

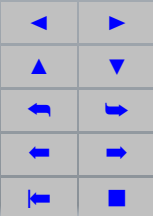
$f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli türevi olan iki fonksiyon olmak üzere her  $t \in [a, b]$  için  $f'(t) \neq 0$  veya  $g'(t) \neq 0$  olsun.



Parametrik ...

Örnek 1

Örnek 2





dir. Ortalama değer teoremi gereğince her  $i = 1, 2, \dots, n$  için

$$\frac{f(t_i) - f(t_{i-1})}{\Delta t_i} = f'(t'_i) \text{ ve } \frac{g(t_i) - g(t_{i-1})}{\Delta t} = g'(t''_i)$$

olacak şekilde  $t'_i, t''_i \in (t_{i-1}, t_i)$  vardır. Bu durumda

$$\Delta l_i \cong \Delta s_i = \Delta t_i \sqrt{(f'(t'_i))^2 + (g'(t''_i))^2}$$

olur.

Böylece

$$L \cong \sum_{i=1}^n \Delta s_i = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \sqrt{(f'(t'_i))^2 + (g'(t''_i))^2}$$

olur. Bu durumda

$$\lim_{\|P\| \rightarrow 0} \left( \sum_{i=1}^n \Delta t_i \sqrt{(f'(t'_i))^2 + (g'(t''_i))^2} \right) = \int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt$$

olduğundan

$$L = \int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

olur.

Parametrik . . .

Örnek 1

Örnek 2





## Örnek 1

$a \neq 0$  olmak üzere  $x = a \cos t$ ,  $y = a \sin t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) parametrik denklemiyle verilen çemberin yay uzunluğunu bulalım.

Parametrik . . .

Örnek 1

Örnek 2

olur. 



## Örnek 2

$a \neq 0$  olmak üzere  $x = e^{at} \cos t$ ,  $y = e^{at} \sin t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) parametrik denklemleriyle verilen eğrinin yay uzunluğunu bulalım. **Bekleyiniz.**  
Herşey otomatik olarak gelecek.



Parametrik...

Örnek 1

Örnek 2

=

=

=

=

olur. ↗

