

DİZİLER



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



Bir reel sayı dizisi reel sayıların sıralanmış bir kümesidir.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



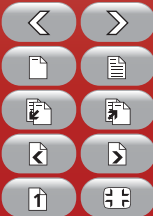


şeklinde bir fonksiyondur.

$$f: \mathbb{N} \longrightarrow A$$

Diziler

- Dizilerin ...
- Dizilerin Lim ...
- Sıfır Dizileri
- İraksak Diziler
- Yığılma Nok ...
- Monoton Diziler
- Cauchy Dizileri



Örnek 1 $3, 6, 12, 24, 48, \dots$ dizisinin genel terimini bulalım.

Çözüm. $x_{n+1} = 2x_n$ ($r = 2$) olduğundan bu dizi bir geometrik dizidir.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Dizilerin Yakınsaklığı

Tanım 2 $\varepsilon > 0$ olmak üzere



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri





Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

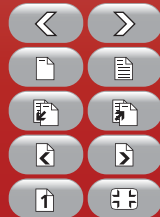
Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Örnek 3 Genel terimi



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Tanım 4 (x_n) bir dizi olsun.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

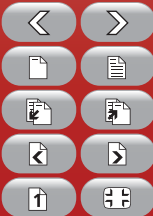
Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Teorem 1 *Yakınsak her (x_n) dizisi sınırlıdır.*

Uyarı 1 *Bir dizinin sınırlı olması dizinin yakınsaklığını garanti etmez.*



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Dizilerin Limitleri ile İlgili Temel Özellikler

Teorem 2 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = y_0$ ve $c \in \mathbb{R}$ olsun. Bu durumda



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Örnek 6 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = 0$ olduğunu gösterelim.

Çözüm. Her $n \in \mathbb{N}$ için



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Çözüm.



Diziler
Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



Sıfır Dizileri

Tanım 5 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ise (x_n) dizisine bir



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



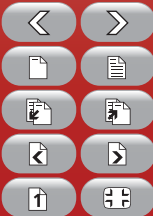
Teorem 7 $p > 0$ ve $|x| < 1$ ise



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...

Sfır Dizileri

İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



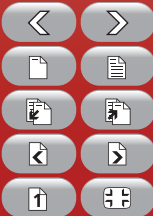
Çözüm. Her $n \in \mathbb{N}$ için $n^{\frac{1}{n}} > 1$ olduğundan



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



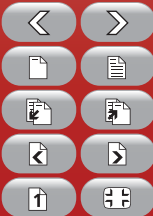
Çözüm. Bernoulli eşitsizliđi geređince $y > 0$ için



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...

Sfır Dizileri

İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri





Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$$



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri

Iraksak Diziler

Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



Teorem 10 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ ve $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty$ olsun.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

Iraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Örnek 13 Her $n \in \mathbb{N}$ için $x_n = (-1)^n n$ olmak üzere (x_n) dizisi verilsin.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

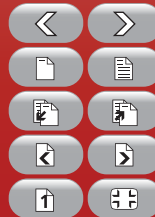
Sıfır Dizileri

Iraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri

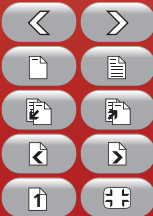




Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri

Iraksak Diziler

Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri

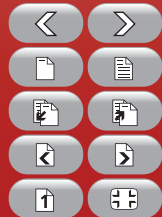




Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri

Iraksak Diziler

Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri

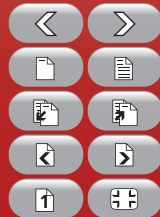




Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri

Iraksak Diziler

Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



Yığılma Noktaları ve Alt Diziler

Tanım 7 (x_n) bir dizi ve $x_0 \in \mathbb{R}$ olsun.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

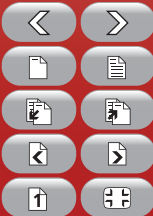
Cauchy Dizileri



Teorem 13 (x_n) bir dizi ve $x \in \mathbb{R}$ olsun.



- Diziler
- Dizilerin ...
- Dizilerin Lim ...
- Sıfır Dizileri
- İraksak Diziler
- Yığılma Nok ...**
- Monoton Diziler
- Cauchy Dizileri



Örnek 16 Genel terimi $x_n = (-1)^n \frac{n+2}{2n+3}$ şeklinde tanımlı (x_n) dizisinin yakınsak olmadığını gösterelim.

Çözüm.



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Monoton Diziler

Tanım 9 Bir (x_n) dizisi verilsin.



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Örnek 18 Genel terimi

$$x_n = \frac{3n-2}{4n+5}$$

olan dizinin kesin monoton artan ve üstten sınırlı bir dizi olduğunu gösterelim.

Çözüm. Bunun için her bir n için



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Örnek 19 Genel terimi

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

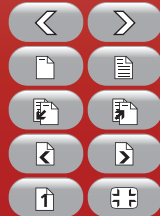
olan dizinin yakınsak olduğunu gösterelim.

Çözüm. Binom Teoremine göre



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...

Monoton Diziler
Cauchy Dizileri

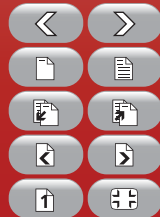




Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri





Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri



Örnek 20 Genel terimi $x_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ olan dizinin sınırlı olduğunu göstererek bu dizinin iki yakınsak alt dizisini bulalım.

Çözüm. Her n doğal sayısı için



Diziler

Dizilerin ...

Dizilerin Lim ...

Sıfır Dizileri

İraksak Diziler

Yığılma Nok ...

Monoton Diziler

Cauchy Dizileri

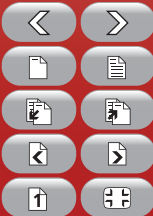


Cauchy Dizileri

Bazen bir dizinin limitinin ne olduğundan çok dizinin yakınsak olup olmadığı önemlidir.



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



Yardımcı Teorem 1 *Her Cauchy dizisi sınırlıdır.*

Yardımcı Teorem 2 *(x_n) bir Cauchy dizisi olmak üzere*



Diziler
Dizilerin ...
Dizilerin Lim ...
Sıfır Dizileri
İraksak Diziler
Yığılma Nok ...
Monoton Diziler
Cauchy Dizileri



olduğu göz önüne alınırsa



- Diziler
- Dizilerin ...
- Dizilerin Lim ...
- Sıfır Dizileri
- İraksak Diziler
- Yığılma Nok ...
- Monoton Diziler
- Cauchy Dizileri**

